$$u(x,y)\big|_{MC} = \varphi_3(y), \quad 0{,}5 \le y \le 1,$$

а на линиях изменения типа условиям склеивания

$$u_y(x,-0) = a_1(x)u_y(x,+0) + b_1(x), \quad (x,0) \in J_1,$$

$$u_x(-0,y) = a_2(y)u_x(+0,y) + b_2(y), \quad (0,y) \in J_2,$$

$$u_x(1-0,y) = a_3(y)u_x(1+0,y) + b_3(y), \quad (1,y) \in J_3,$$

где $\varphi_j(t),\ a_j(t),\ b_j(t)\ (j=\overline{1,3})$ − заданные функции, причем $\varphi_1(1)=0,\ \varphi_2(0)=0,$

$$a_1(x),\ b_1(x) \in C(\bar{J}_1) \cap C^1(J_1), \quad a_1(x) > 0,\ \forall x \in \bar{J}_1, \tag{3}$$

$$a_j(y),\ b_j(y) \in C(\bar{J}_j) \cap C^2(J_j), \quad a_j(y) \ne 0,\ \forall y \in \bar{J}_j,\ (j=2,3), \tag{4}$$

$$\varphi_1(t),\ \varphi_3(t) \in C^1[0{,}5;1] \cap C^2(0{,}5;1), \quad \varphi_2(y) \in C^1[0;\,0{,}5] \cap C^2(0;\,0{,}5). \tag{5}$$

Заметим, что задача типа задачи AT_c для уравнения (1) при $\mu_j \equiv 0\ (j=\overline{0,3})$ изучены в работах [1-2], а при $\mu_0 = 0,\ \ \alpha_0 = 0,\ \alpha_j \ne 0,\ \mu_j \ne 0\ \ (j=\overline{1,3})$ в работе [3].

Спрадлива следующая

Теорема. *Если выполнены условия (2)- (5) , то в области* Ω *существует единственное решение задачи* AT_c.

Доказательство теоремы следует из теории интегральных уравнений Вольтерра второго рода.

Список использованной литературы

1. Эгамбердиев У. О некоторых краевых задачах для смешанного параболо - гиперболического уравнения с двумя линиями изменения типа. // В кн.: "Краевые задачи механики сплошных сред". Т.: Фан. 1982. С. 117-128.
2. РахматуллаеваН.А. О аналоге задачи Трикоми для параболо-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа. // Узбекский математический журнал. 2010. №1. С. 118-130.
3. Исломов Б. И., Холбеков Ж. А. Об одной нелокальной краевой задаче для нагруженного параболо-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа. // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2021. 25, №3. С. 407–422

ИНТЕГРИРОВАНИЕ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ХИРОТЫ В КЛАССЕ БЫСТРОУБЫВАЮЩИХ ФУНКЦИЙ

Хоитметов У.А.

Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан

E-mail: x_umid@mail.ru

В данной работе изучается уравнение Хироты с коэффициентами, зависящими от времени, а именно, рассмотрим следующее уравнение

$$iu_t + \beta(t)u(x_0,t)\left(u_{xx} + 2u|u|^2\right) + i\gamma(t)u(x_1,t)6|u|^2 u_x + u_{xxx} = 0\,, \tag{1}$$

где $\beta(t), \gamma(t)$ - заданные непрерывно дифференцируемые функции. Уравнение (1) рассматривается при начальном условии

$$u(x,0) = u_0(x) \tag{2}$$

где начальная функция $u_0(x)\ \ (-\infty < x < \infty)$ обладает следующими свойствами:

1)

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1+|x|)|u_0(x)| < \infty; \tag{3}$$

2) оператор $L(t)\big|_{t=0} = i\begin{pmatrix} \dfrac{d}{dx} & -u(x,0) \\ -u^*(x,0) & -\dfrac{d}{dx} \end{pmatrix}$ в верхней полуплоскости комплексной плоскости имеет ровно N собственных значений $\lambda_1(0), \lambda_2(0), ..., \lambda_N(0)$ с кратностями $m_1(0), m_2(0),..., m_N(0)$.

Пусть функция $u(x,t)$ обладает требуемой гладкостью и достаточно быстростремится к своим пределам при $x \to \pm\infty$т.ч.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\left(1+|x|\right)|u(x,t)| + \sum_{k=1}^{3}\left|\frac{\partial^k u(x,t)}{\partial x^k}\right| \right) dx < \infty. \qquad (4)$$

Основная цель данной работы – получить представления для решения $u(x,t)$ задачи (1)-(4) в рамках метода обратной задачи рассеяния для оператора $L(t)$.

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

Теорема. Если функция $u(x,t)$ является решением задачи (1)-(4), то данные рассеяния оператора $L(t)$ меняются по t следующим образом

$$\frac{dr^+}{dt} = \left(2i\lambda^2 P(u(x_0,t)) + 4i\lambda^3 Q(u(x_1,t))\right) r^+, \quad \left(\operatorname{Im}\xi = 0\right); \quad m_n(t) = m_n(0), \quad \frac{d\xi_n}{dt} = 0,$$

$$\frac{d\chi_0^n}{dt} = \left(4i\lambda_n^2 P(u(x_0,t)) + 8i\lambda_n^3 Q(u(x_1,t))\right)\chi_0^n,$$

$$\frac{d\chi_1^n}{dt} = \left(4i\lambda_n^2 P(u(x_0,t)) + 8i\lambda_n^3 Q(u(x_1,t))\right)\chi_1^n + \left(8i\lambda_n P(u(x_0,t)) + 24i\lambda_n^2 Q(u(x_1,t))\right)\chi_0^n,$$

$$\frac{d\chi_2^n}{dt} = \left(4i\lambda_n^2 P(u(x_0,t)) + 8i\lambda_n^3 Q(u(x_1,t))\right)\chi_2^n + \left(8i\lambda_n P(u(x_0,t)) + 24i\lambda_n^2 Q(u(x_1,t))\right)\chi_1^n$$
$$+\left(4iP(u(x_0,t)) + 24i\lambda_n Q(u(x_1,t))\right)_n \chi_0^n,$$

$$\frac{d\chi_l^n}{dt} = \left(4i\lambda_n^2 P(u(x_0,t)) + 8i\lambda_n^3 Q(u(x_1,t))\right)\chi_l^n + \left(8i\lambda_n P(u(x_0,t)) + 24i\lambda_n^2 Q(u(x_1,t))\right)\chi_{l-1}^n$$
$$+\left(4iP(u(x_0,t)) + 24i\lambda_n Q(u(x_1,t))\right)\chi_{l-2}^n + 8iQ(u(x_1,t))\chi_{l-3}^n, \quad n = \overline{1, N}, \quad l = \overline{3, m_n - 1}.$$

Полученные равенства полностью определяют эволюцию данных рассеяния, что позволяет применить метод обратной задачи рассеяния для решения задачи (1)-(4).

Пример.Рассмотрим следующую задачу

$$iu_t + \alpha(t)u(x_0,t)\left(u_{xx} + 2u|u|^2\right) + i\beta(t)u(x_1,t)\left(u_{xxx} + 6|u|^2 u_x\right) = 0,$$

$$u(x,0) = -\frac{2i\eta_0\chi_0^* e^{-2i\xi_0 x}}{|\chi_0| \operatorname{ch} 2(\eta_0 x - \varphi)},$$

где $\lambda_0 = \xi_0 + i\eta_0, \quad \eta_0 > 0, \qquad \dfrac{|\chi_0|^2}{4\eta_0^2} = e^{4\varphi}, \ \alpha(t) = -\dfrac{|\chi_0| t \operatorname{ch}\left(4\xi_0\eta_0 t^2 + (6\xi_0^2\eta_0 - 2\eta_0^3)t^2 - 2\varphi\right)}{2i\eta_0\chi_0^* e^{-2i\left((\xi_0^2-\eta_0^2)t^2 + (\xi_0^2 - 3\xi_0\eta_0^2)t^3\right)}},$

$$\beta(t) = -\frac{|\chi_0| t^3 \operatorname{ch}\left(2(\eta_0 - \varphi) + 4\xi_0\eta_0 t^2 + (6\xi_0^2\eta_0 - 2\eta_0^3)t^2\right)}{2i\eta_0\chi_0^* e^{-2i\left((\xi_0^2-\eta_0^2)t^2 + (\xi_0^2 - 3\xi_0\eta_0^2)t^3 + \xi_0\right)}}.$$

Решение данной задачи Коши имеет следующий вид:

$$u\left(x,t\right) = -\frac{2i\eta_0\chi_0^* e^{-2i\left((\xi_0^2-\eta_0^2)t^2 + (\xi_0^3 - 3\eta_0^2)t^2 + \xi_0 x\right)}}{|\chi_0| \operatorname{ch}\left(2\eta_0 x - 2\varphi + 4\xi_0\eta_0 t^2 + 2(3\xi_0^2\eta_0 - \eta_0^3)t^3\right)}.$$

Список использованной литературы

1. HirotaR. Exact envelope-soliton solutions of a nonlinear wave equation // J. Math. Phys., 1973,14 805–809.
2. Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. М.: Мир, 1987 -479 с.
3. Хасанов А.Б. Об обратной задачи теории рассеяния для системы двух несамосопряженных дифференциальных уравнений первого порядка // ДАН СССР, 1984, Т.277, № 3, 559-562.
4. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их приложения // Дифф. ур. 1983, Т. 19, №1, С.86-94.
5. KhasanovA.B., HoitmetovU.A. On integration of the loaded mKdV equation in the class of rapidly decreasing functions // *ИзвестияИркутскогогосударственногоуниверситета. Серия Математика*, 2021, 38, 19–35

О ЗАДАЧЕ СО СМЕЩЕНИЕМ ДЛЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛО-ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Хубиев К. У.

ИПМА КБНЦ РАН, Нальчик, Россия

E-mail: khubiev_math@mail.ru

В данном докладе рассматривается модельное характеристически нагруженное [1], [2] уравнение гиперболо-параболического типа второго порядка

$$\begin{cases} u_{xx} - u_y = \lambda u(x,0), & y>0, \\ u_{xx} - u_{yy} = \mu u_{xx}(x-y,0), & y<0, \end{cases} \tag{1}$$

в области Ω, ограниченной отрезками прямых $x=0,\ x=1,\ y=h>0$ при $y>0$ и характеристиками $x+y=0,\ x-y=1$ уравнения (1) при $y<0$, λ, μ - заданные постоянные.

Пусть Ω^+ и Ω^- - параболическая и гиперболическая части смешанной области Ω соответственно. Под *регулярным решением* уравнения (1) в области Ω назовем функцию $u(x,y)$ из класса $C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega) \cap C^2(\Omega^-) \cap C_x^2(\Omega^+)$, удовлетворяющую уравнению (1) в $\Omega^+ \cup \Omega^-$, такую, что $u_y(x,0)$ может обращаться в бесконечность порядка меньше единицы в точках $(0,0)$ и $(1,0)$.

Через $\theta_0(x) = \left(\frac{x}{2}, -\frac{x}{2}\right), \theta_1(x) = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{x-1}{2}\right)$ обозначим точки пересечения характеристик уравнения (1), выходящих из точки $(x,0)$ с характеристиками $x+y=0$ и $x-y=1$ соответственно.

Для уравнения (1) рассмотрим следующие задачи.

Задача N1. *Найти регулярное в области Ω решение $u(x,y)$ уравнения (1), удовлетворяющее условиям*

$$u(0,y) = \varphi_0(y), \quad u(1,y) = \varphi_1(y), \quad 0 \le y \le h, \tag{2}$$
$$\alpha u[\theta_0(x)] + \beta u[\theta_1(x)] = \psi_1(x), \quad 0 \le x \le 1,$$

где $\varphi_0(y), \varphi_1(y), \psi_1(x)$ - заданные достаточно гладкие функции, α, β - заданные постоянные, причем $\alpha^2 + \beta^2 \ne 0$.

Задача N2. *Найти регулярное в области Ω решение $u(x,y)$ уравнения (1), удовлетворяющее условиям (2) и условию*

$$\alpha \frac{d}{dx} u[\theta_0(x)] + \beta \frac{d}{dx} u[\theta_1(x)] = \psi_2(x), \quad 0 < x < 1,$$

где $\varphi_0(y), \varphi_1(y), \psi_2(x)$ - заданные достаточно гладкие функции, α, β - заданные постоянные, причем $\alpha^2 + \beta^2 \ne 0$.