
МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ ЖӘНЕ АҚПАРАТТЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 338.242:[338.26.015:51:004]

Л.Н.Беляева, А.С.Шульгина-Тарашук

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММЫ MathCAD ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Мақалада ең аз квадраттар әдісімен есептерді шығарғанда MathCAD программасын қолдану қарастырылған. Ол әдіс математикалық статистиканың маңызды бөлімі болып табылады. Оны күрделі функцияны қарапайым функциялармен жуық жіктелуі үшін қолданады.

In the article application of program MathCAD for solution of the task by the least squares method is considered. MathCAD it is the oriented universal system which gives evident and beautiful solution of statistical tasks. The least squares method concerns the major section of mathematical statistics. It is applied to the approximate representation of the set function by others, more simple, functions.

В условиях рыночной экономики возрастают интерес и потребность в овладении статистическими методами анализа и прогнозирования, к количественным оценкам социально-экономических явлений, полученным с использованием этих методов, реализованных на ПЭВМ.

Само по себе появление компьютеров не упростило математических расчетов, а лишь позволяло резко повысить скорость их выполнения и сложность решаемых задач. Пользователям ПК, прежде чем начинать такие расчеты, нужно было изучать сами компьютеры, языки программирования и довольно сложные методы вычислений, применять и подстраивать под свои цели программы для решения расчетных задач на языках Бейсик или Паскаль. Ученому и инженеру, физику, химику и математику поневоле приходилось становиться программистом. Необходимость в этом отпала лишь после появления интегрированных математических программных систем для научно-технических расчетов: Eureka, PC MatLAB, MathCAD, Maple, Mathematica и др.

Широкую известность и заслуженную популярность еще в середине 80-х годов приобрели интегрированные системы для автоматизации математических расчетов класса MathCAD, разработанные фирмой MathSoft (США). По сей день они остаются единственными математическими системами, в которых описание решения математических задач дается с помощью привычных математических формул и знаков. Такой же вид имеют и результаты вычислений. Так что системы MathCAD вполне оправдывают аббревиатуру CAD (Computer Aided Design), говорящую о принадлежности к наиболее сложным и продвинутым системам автоматического проектирования — САПР. Можно сказать, что MathCAD — своего рода САПР в математике [1].

С момента своего появления системы класса MathCAD имели удобный пользовательский интерфейс — совокупность средств общения с пользователем в виде масштабируемых и перемещаемых окон, клавиш и иных элементов. У этой системы есть и эффективные средства типовой научной графики — они просты в применении и интуитивно понятны. Словом, системы MathCAD ориентированы на массового пользователя — от ученика начальных классов до академика.

MathCAD — математически ориентированные универсальные системы. Помимо собственно вычислений они позволяют с блеском решать задачи, которые с трудом поддаются популярным текстовым редакторам или электронным таблицам. С их помощью можно не только качественно подгото-

вить тексты статей, книг, диссертаций, научных отчетов, дипломных и курсовых проектов, они, кроме того, облегчают набор самых сложных математических формул и дают возможность представления результатов в изысканном графическом виде.

Последние версии системы MathCAD дают новые средства для подготовки сложных документов. В них предусмотрено красочное выделение отдельных формул, многовариантный вызов одних документов из других, возможность закрытия «на замок» отдельных частей документов, гипертекстовые и гипермедиа-переходы и т.д. Это позволяет создавать превосходные обучающие программы и целые книги по любым курсам, базирующимся на математическом аппарате. Здесь же реализуется удобное и наглядное объектно-ориентированное программирование сложнейших задач, при котором программа составляется автоматически по заданию пользователя, а само задание формулируется на естественном математическом языке общения с системой.

Рассмотрим возможности системы MathCAD для решения задач математической статистики. MathCAD дает наглядное и красивое решение статистических задач. Перед этим напомним некоторые сведения из математической статистики [2].

Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости

Рассмотрим зависимость случайной величины Y от случайной величины X .

Две случайные величины X и Y могут быть связаны функциональной, статистической зависимостью или быть независимыми. Точная функциональная зависимость реализуется редко, так как обе величины X и Y или одна из них могут быть подвержены действию случайных факторов, в том числе и общих для них. В таком случае возникает статистическая зависимость.

Статистической зависимостью называется зависимость между величинами X и Y , при которой изменение одной из величин вызывает изменение распределения другой.

В частности, если изменение одной из величин изменяет среднее значение другой, то такая статистическая зависимость называется корреляционной.

Например, пусть Y — урожай зерна, X — количество удобрений. Y не является функцией от X , так как с одинаковых по площади и одинаково удобренных земель снимается различный урожай. Это объясняется влиянием случайных факторов — осадки, температура и др. Так как, как показывает опыт, средний урожай является функцией от количества удобрений, то Y связан с X корреляционной зависимостью. [3]

Рассмотрим связь между случайными величинами Y и X . Пусть каждому значению X соответствует несколько значений Y . Например, пусть при $x_1 = 3$ величина Y приняла значения: $y_1 = 4, y_2 = 7, y_3 = 10$. Среднее арифметическое этих значений

$$\bar{y}_3 = \frac{4+7+10}{3} = 7.$$

Число \bar{y}_3 называется условным средним; черта над y есть обозначение среднего арифметического, а число 3 показывает, что рассматриваются те значения Y , которые соответствуют $x = 3$.

Определение. Условным средним \bar{y}_x называется среднее арифметическое значений y , соответствующих значению $X = x$.

Если каждому значению x соответствует одно значение условной средней, то условная средняя есть функция от x . В этом случае говорят, что случайная величина Y зависит от X корреляционно.

Корреляционной зависимостью Y от X называется функциональная зависимость условной средней \bar{y}_x от x :

$$\bar{y}_x = f(x). \quad (1)$$

Уравнение (1) называется уравнением регрессии Y на X ; функция $f(x)$ называется регрессией Y на X , а ее график — линией регрессии Y на X .

Аналогично определяется условная средняя \bar{x}_y и корреляционная зависимость X от Y .

Условным средним \bar{x}_y называется среднее арифметическое значений X , соответствующих $Y = y$.

Корреляционной зависимостью X от Y называется функциональная зависимость условной средней \bar{x}_y от y :

$$\bar{x}_y = \phi(y). \quad (2)$$

Уравнение (2) называется уравнением регрессии X на Y ; функция $\phi(y)$ — регрессией X на Y , а ее график — линией регрессии X на Y .

Первая задача теории корреляции — установить форму корреляционной связи, т.е. вид функции регрессии (линейная, квадратичная, показательная и др.). Чаще всего функция регрессии является линейной. Если обе функции регрессии $f(x)$ и $\phi(y)$ линейны, то корреляцию называют линейной; в противном случае — нелинейной. Очевидно, при линейной корреляции обе линии регрессии являются прямыми линиями.

Вторая задача теории корреляции — оценить тесноту (силу) корреляционной связи. Теснота корреляционной зависимости Y от X оценивается по величине рассеяния значений. Y вокруг условного среднего \bar{y}_x . Большое рассеяние свидетельствует о слабой зависимости Y от X или об отсутствии зависимости. Малое рассеяние указывает на наличие достаточно сильной зависимости; возможно даже, что Y и X связаны функционально, но под действием второстепенных случайных факторов эта связь оказалась размытой, в результате чего при одном и том же значении X величина Y принимает разные значения [4].

Примеры корреляционных зависимостей:

- рост и вес человека;
- производительность труда и себестоимость;
- успеваемость по техническим дисциплинам и математике.

Замечание. Чтобы установить взаимосвязь между признаками, т.е. корреляционную зависимость, необходимо провести эксперимент и получить n пар наблюдений над признаками \bar{x} и \bar{y} .

Допустим, что количественные признаки X и Y связаны линейной корреляционной зависимостью. В этом случае обе линии регрессии будут прямыми. Для нахождения их уравнения проведено n испытаний, в результате которых получено n пар чисел: $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$. Так как наблюдаемые пары чисел можно рассматривать как случайную выборку из генеральной совокупности всех возможных значений случайной величины (X, Y) , то величины и уравнения, найденные по этим данным, называются выборочными.

Для определенности будем искать выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X .

Предположим, что различные значения x признака X и соответствующие им значения y признака Y наблюдались по одному разу. Поэтому группировать данные эксперимента не нужно.

Будем искать искомое уравнение в виде $Y = ax + b$.

Угловой коэффициент прямой линии регрессии Y на X называется выборочным коэффициентом регрессии Y на X и обозначается ρ_{yx} , т.е. $a = \rho_{yx}$. Тогда выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X будем искать в виде

$$Y = \rho_{yx} \cdot x + b. \quad (3)$$

Подберем параметры ρ_{yx} и b так, чтобы точки $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, построенные по данным наблюдений в плоскости XOY как можно ближе лежали вблизи прямой (3). Параметры a и b уравнения прямой $XOY = ax + b$ линии регрессии Y на X можно находить по методу наименьших квадратов из системы уравнений:

$$\begin{cases} nx^2 a + nxb = \sum n_{xy} xy, \\ xa + b = y. \end{cases}$$

Метод наименьших квадратов был предложен К.Гауссом и А.Лежандром. Изначально он применялся для обработки результатов астрономических и геодезических наблюдений. Строгое математическое обоснование и установление границ содержательной применимости метода даны А.А.Марковым и А.Н.Колмогоровым. В настоящее время метод наименьших квадратов представляет собой один из важнейших разделов математической статистики и имеет широкое применение в различных областях науки и техники, где используется для статистических выводов.

Рассмотрим метод наименьших квадратов с применением MathCAD. Продемонстрируем применение основных формул этого метода на массиве для значений линейной функции $y = 2x - 3$, измеренных с ошибками [5]. Вычисления произведем в MathCAD (рис. 1).

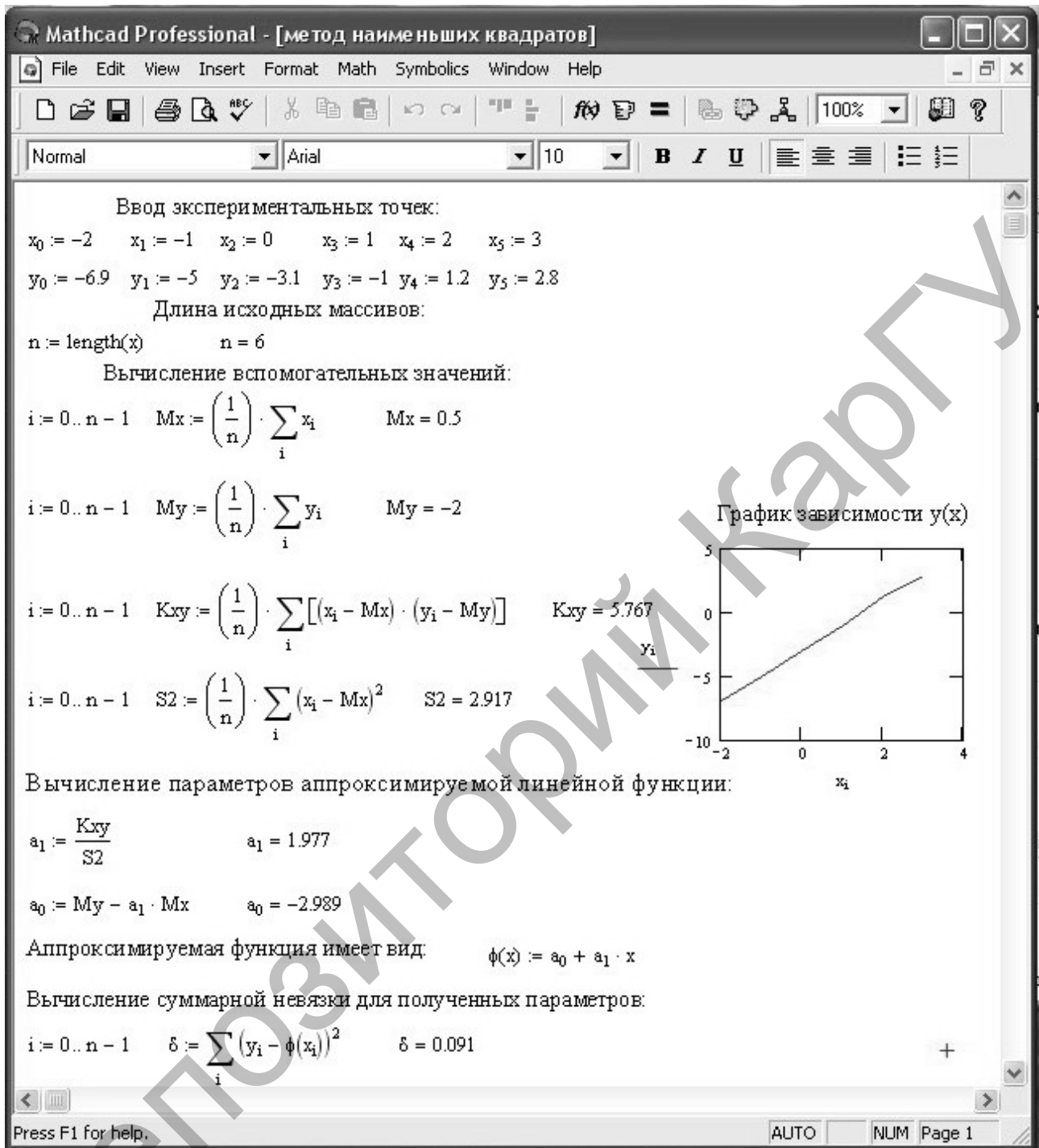


Рис. Решение задачи в MathCAD

Прямая $\varphi(x)$ называется прямой, полученной по методу наименьших квадратов (этим названием подчеркивается то, что сумма квадратов δ имеет минимум). Уравнения, из которых определяется прямая $\varphi(x)$, называются нормальными уравнениями.

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. Точность коэффициентов a_1 и a_0 тем выше, чем больше S_2 , т.е. чем больше рассеивание опытных точек на оси X .
2. Точность коэффициента a_1 тем выше, чем меньше Mx .
3. Ошибка уравнения наименьшая в точке, где $x = Mx$, и наибольшая в точках, где величина $|x - Mx|$ имеет наибольшее значение.

Метод наименьших квадратов является одним из методов теории ошибок. Он служит для оценки неизвестных величин по результатам измерений, содержащим случайные ошибки. Также метод применяется для приближенного представления заданной функции другими, более простыми, функциями. Зачастую он оказывается полезным и при обработке наблюдений.

Все изложенное выше позволило сформулировать цель работы: показать, что использование системы компьютерной математики MathCAD для решения задач математической статистики дает наиболее наглядное, простое, красивое (с точки зрения оформления) решение этих задач, по сравнению со всеми другими используемыми для этого средствами. Также эту систему можно применять на занятиях по теории вероятностей и математической статистике для студентов математического и экономического факультетов.

Список литературы

1. Бидасюк Ю.М. Mathsoft MathCAD 11. Самоучитель. — СПб: Диалектика, 2004. — 224 с.
2. Бутенков С.А. Методические указания к использованию системы MathCad в практических занятиях по курсу высшей математики. — Таганрог: ТРТУ, 1995. — 450 с.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. — М.: Высш. шк., 1972. — 368 с.
4. Методические указания к лабораторным работам по математической статистике с применением ЭВМ / И.П.Фирсов, О.С.Семерий. — Таганрог: ТРТУ, 2001. — 66 с.
5. Плис А.И. MathCAD 2000: Математический практикум для экономистов / А.И.Плис, Н.А.Сливина. — М.: Финансы и статистика, 2000. — 656 с.

УДК 513.06

Т.Е.Омаров

Университет «Туран-Астана», Астана

ТЕХНОЛОГИЯ АДАПТИВНОЙ ГИПЕРМЕДИА В ДИСТАНЦИОННОМ ОБУЧЕНИИ

Мақалада арақашықтықта оқытудың адаптивтік гипермедиа технологиясының сұрақтары қарастырылған. Ойдың оқу жүйелері мен адаптивтік гипермедиа байланыстарына талдау жасалған.

In this article consider questions of technology adapt hypermedia in distance of education. Analyses made correlation adapt hypermedia and are learn intellect system methods.

В начале нового, XXI в. человечество столкнулось с острым противоречием между постоянно растущими требованиями к квалификации специалиста и быстрым старением тех знаний и умений, которые он получил в учебном заведении. Это противоречие является следствием бурного и непрерывного роста объема общенаучных и специальных знаний.

В США принята специальная единица старения знаний — «период полураспада компетентности» (время, в течение которого профессиональная компетентность специалиста с момента окончания им учебного заведения снижается на 50 %). На сегодня этот период составляет 4–5 лет.

Очевидно, что разрешение определенного выше противоречия возможно только при внедрении новых технологий образования, активно использующих новейшие достижения в области информационных технологий.

Дистанционное обучение — вид открытого обучения с использованием компьютерных и телекоммуникационных технологий, которые обеспечивают интерактивное взаимодействие преподавателей и студентов на разных этапах обучения и самостоятельную работу с материалами информационной сети, большинство из которых подготовлено преподавателем.

Известно пять атрибутов образования с использованием Интернета:

– связь между многими объектами;