References

1 Nowackiy W. *Dynamic problems of thermoelasticity*, The Netherlands, 1975, 550 p.

2 Nowackiy W. *Thermoelasticity*, Moscow: Mir 1986, 556 p.

3 Tleukenov S. *Investigation of the thin layer influence of the boundary conditions*. Abstacts «Seminar on earsquare processe and their consequences», Kurukshetra: India, 1989, p. 4.

4 Tleukenov S. *The structure of propagabor matrix and it is application in the case of the periodical inhomogeneous media*. Abstr. Semin. on Earthquake processes and their consequences Seismological investigations, 1989, Kurukshetra: India, p. 2–4.

5 Tleukenov S. *Matriciant method*, Pavlodar: S.Toraigyrov SIC PSU, 2004, 148 p.

6 *Nondestructive testing: Reference book: 7 chapters*. Edited by V.V. Klueva. Ch. 4: In 3rd book. Book 1: Acoustic strain metering / V.A. Anisimov, B.I. Katorgyn, A.N. Kutsenko and others, Moscow: Mechanical engineering, 2004, 736 p.: pictures.

7 Verma K.L. *International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering* 2:2, p. 86–93, 2008.

8 Verma K.L. *International Journal of Applied Engineering Research*, Dindigul vol. 1, 4, p. 908–922, 2011.

9 Gantmacher F.R. *Matrix Theory*, Moscow: Nauka, 1988, 552 p.

10 Marshall Carleton. *Pease Methods of Matrix Algebra*, Moscow: Academic Press, 1965.

11 Ashkroft N., Mermin N. *Solid state physics*, Moscow: Mir, 1979.

УДК 539.3

А.Н.Тюреходжаев[1], Г.У.Маматова[1], В.Б.Рыстыгулова[2]

[1]Казахский национальный технический университет им. К.И.Сатпаева;
[2]Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы (E-mail: tyurekhodja@mail.ru)

Сложный изгиб упругой неоднородной пластины в неравномерном температурном поле

В статье рассмотрена симметричная деформация неравномерно нагретой пластины, когда модуль упругости является переменным не только вдоль радиуса, но также и по толщине пластины. Развитие современной практики требует от исследователей и конструкторов создания новых методов решения большого числа прочностных задач, связанных с переменностью толщины, модуля упругости, коэффициента Пуассона, наличием высокого температурного поля в агрегатах и узлах конструкции. Высока потребность в аналитических и приближенно аналитических методах решения задач о расчетах напряженно-деформированного состояния неоднородных пластин в неравномерном температурном поле. Исследование таких задач исключительно актуально. В данной работе в существенной мере выполняется указанный пробел.

Ключевые слова: сложный изгиб, неоднородная пластина, упругость, неравномерное температурное поле, аналитическое решение.

Задача об изгибе упругих неоднородных пластин при переменных параметрах с учетом неравномерного температурного поля является одной из актуальных задач технической теории упругости. Анализ температурных напряжений и деформаций в конструктивных элементах различного типа двигателей и установок, работающих при высоких температурах, имеет исключительно большое значение. Точный расчет тонких пластин в условиях неравномерного нагрева с учетом изменения механических параметров материала весьма сложен, так как связан с решением систем нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Поэтому построение аналитического решения названной задачи является весьма актуальной.

Круглая пластина переменной толщины в качестве конструктивного элемента находит широкое применение, к расчету которой приводят многие вопросы, связанные с проектированием круглых фундаментных плит, турбинных дисков, гибких соединений валов и др.

В последние годы большое значение приобрел анализ температурных напряжений в различных конструкциях ядерных реакторов. Большую роль играет анализ температурных напряжений в тепловыделяющих элементах, что особенно важно для реакторов, работающих в условиях высоких температур, так как размеры тепловыделяющих элементов определяются в значительной степени температурными напряжениями.

Рассмотрим симметричную деформацию неравномерно нагретой пластины, когда модуль упругости является переменным не только вдоль радиуса, но также и по толщине пластины.

К задачам о сложном симметричном изгибе пластины переменной толщины относится, прежде всего, задача о совместном действии поперечной нагрузки и радиальных сил. Совместное симметричное растяжение и симметричный изгиб при учете малой кривизны описываются системой двух дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами [1, 2]:

$$\frac{d^2N_r(r)}{dr^2}+\frac{1}{r}\left(3-\frac{r}{D_N(r)}\cdot\frac{dD_N(r)}{dr}\right)\frac{dN_r(r)}{dr}-\frac{(1-\nu)}{rD_N(r)}\frac{dD_N(r)}{dr}\cdot N_r(r)+\frac{1}{r^2}(1-\nu^2)D_N(r)\upsilon(r)\varphi+$$
$$+\frac{1}{r}\frac{dq_r(r)}{dr}+\frac{1}{r}q_r(r)\left(1+\nu-\frac{r}{D_N(r)}\cdot\frac{dD_N(r)}{dr}\right)+(1-\nu^2)\frac{1}{r}D_N(r)\frac{d\varepsilon_T(r)}{dr}=0;$$
$$\frac{d^2\upsilon(r)}{dr^2}+\frac{1}{r}\left(1+\frac{1}{D_M(r)}\cdot\frac{dD_M(r)}{dr}\right)\frac{d\upsilon(r)}{dr}+\left(\frac{\nu}{rD_M(r)}\cdot\frac{dD_M(r)}{dr}-\frac{1}{r^2}-\frac{N_r(r)}{D_M(r)}\right)\upsilon(r)-$$
$$-\frac{N_r(r)}{D_M(r)}\varphi+\frac{1}{rD_M(r)}\int[q_z(r)\cdot rdr-C]-\frac{1+\nu}{D_M(r)}\cdot\frac{d}{dr}\left[\chi_T(r)\cdot D_M(r)\right]=0, \qquad (1)$$

где $N_r(r)$ — усилие, статически эквивалентное нормальному напряжению σ_r; $q_z(r)$ — составляющая в направлении оси z внешней силы, приходящая на единицу площади срединной поверхности пластины; υ — малый угол поворота относительно оси r; $D_N(r)$ и $D_M(r)$ — цилиндрические жесткости растяжения и изгиба; ν — коэффициент Пуассона; ε_T — чисто тепловое удлинение срединной плоскости; χ_T — кривизна срединной плоскости, обусловленное тепловым расширением; $\varphi(r)$ — угол между нормалью к элементу срединной поверхности и осью симметрии z.

В общем случае симметрично деформированной пластины при неравномерном нагреве имеем

$$r^2\frac{d^2N_r(r)}{dr^2}+r\left(3-\frac{r}{D_N(r)}\cdot\frac{dD_N(r)}{dr}\right)\frac{dN_r(r)}{dr}+\frac{(1-\nu)r}{D_N(r)}\frac{dD_r(r)}{dr}N_r(r)++(1-\nu^2)D_N(r)\cdot\upsilon(r)\cdot\varphi(r)+$$
$$+r\frac{d(q_r(r)r)}{dr}+q_r(r)\cdot r\left(1+\nu-\frac{r}{D_N(r)}\cdot\frac{dD_N(r)}{dr}\right)+(1-\nu)D_N(r)r\frac{d}{dr}\left(N_T/D_N\right)=0;$$
$$r^2\frac{d^2\upsilon(r)}{dr^2}+r\left(1+\frac{r}{D_M(r)}\cdot\frac{dD_M(r)}{dr}\right)\frac{d\upsilon(r)}{dr}+\left(\frac{\nu r}{D_M(r)}\frac{dD_M(r)}{dr}-\frac{N_r(r)\cdot r^2}{D_M(r)}-1\right)\upsilon(r)-$$
$$-\frac{N_r(r)r^2}{D_M(r)}\varphi(r)-\frac{q_r(r)z_0r^2}{D_M(r)}+\frac{r}{D_M(r)}\left(\int q_z(r)\cdot rdr-C\right)-\frac{r^2}{D_M(r)}\cdot\frac{dM_T}{dr}=0, \qquad (2)$$

где N_T и M_T — чисто тепловое усилие и чисто тепловой изгибающий момент.

Положим, что силовая нагрузка и неравномерный нагрев вызывают значительные радиальные усилия. В этом случае обусловленное начальной кривизной влияние изгиба на растяжения из-за переменного по толщине пластины модуля упругости можно считать [1] несущественным. Пренебрегая в связи с этим в уравнениях (1) членом $(1-\nu^2)D_N\upsilon\varphi$ и переходя к независимой переменной $x=\left(r/r_0\right)^{\alpha_0}$ вместо системы (1), получим

$$\frac{d^2N_r}{dx^2}+\left(\frac{1+2/\alpha_0}{x}-\frac{1}{D_N}\cdot\frac{dD_N}{dx}\right)\frac{dN_r}{dx}+\frac{1-\nu}{\alpha_0D_Nx}\frac{dD_N}{dx}N_r+F(r)=0;$$
$$\frac{d^2\upsilon}{dx^2}+\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{D_M}\cdot\frac{dD_M}{dx}\right)\frac{d\upsilon}{dx}+\left(\frac{\nu}{\alpha_0xD_M}\frac{dD_M}{dx}-\frac{r_0^2x^{-2(1-1/\alpha_0)}N_r}{\alpha_0^2D_M}-\frac{1}{\alpha_0^2x^2}\right)\upsilon+F_1(r)=0, \qquad (3)$$

где

$$F(r)=\frac{1}{\alpha_0^2x^2}\left[r\frac{dq_r\cdot r}{dr}+q_r\cdot r\left(1+\nu-\frac{\alpha_0x}{D_N}\cdot\frac{dD_N}{dx}\right)+(1-\nu)D_Nr\frac{d}{dr}\left(N_T/D_N\right)\right];$$

$$F_1(r)=\frac{1}{\alpha_0^2 x^2}\left[-\frac{r^2 N_r}{D_M}\varphi+\frac{r}{D_M}\left(\int q_z\cdot r dr-C\right)-\frac{q_r z_0 r^2}{D_M}-\frac{r^2}{D_M}\cdot\frac{dM_T}{dr}\right], \tag{4}$$

где $z_0=f(r)$ — расстояние от некоторой начальной поверхности вращения до срединной плоскости, введенное для упрощения соотношений между усилиями, моментами и деформациями, определяемое из уравнения

$$\int_{-h/2}^{h/2} E(r,z)\cdot(z-z_0)dz=0; \tag{5}$$

причем $\varphi=-\frac{dz_0}{dr}$ — угол, образуемый нормалью к начальной поверхности с осью симметрии пластины z.

Сравнивая системы уравнений (1) и (2), видим, что задача о симметричном растяжении и симметричном изгибе неравномерно нагретой круглой пластины с переменным модулем упругости $E=E(r,z)$ сводится к задаче о симметричном растяжении и симметричном изгибе пластины с малой начальной кривизной с постоянным по толщине модулем упругости [1]. При этом в качестве цилиндрических жесткостей растяжения и изгиба пластины рассматриваются величины

$$D_N(r)=\frac{1}{1-\nu^2}\int_{-h/2}^{h/2}E(r,z)dz; \qquad D_M(r)=\frac{1}{1-\nu^2}\int_{-h/2}^{h/2}E(r,z)(z-z_0)dz. \tag{6}$$

В соответствии с непрямым операторным методом [3] решение первого уравнения системы (3) может быть записано в квадратурах, если

$$D_N(x)=Ae^{\int\frac{\beta'-\beta^2+a_1(x)\beta}{\beta-a_2(x)}dx}, \tag{7}$$

где $\beta=\beta(x)$ — не равная $a_2(x)$, вообще говоря, произвольная функция,

$$a_1(x)=\frac{1+2/\alpha_0}{x}; \qquad a_2(x)=\frac{1-\nu}{\alpha_0 x}.$$

Например, для случая $\beta=\frac{a}{x}$ (a — не равная нулю константа)

$$D_N(x)=D_0x^{-b}; \qquad b=\frac{a\left(a-\frac{2}{\alpha_0}\right)}{a+\frac{\nu-1}{\alpha_0}}, \tag{8}$$

где D_0 — постоянный множитель.

При учете граничных условий

$$N_r(b_1)=N_1; \qquad N_r(b_2)=N_2 \tag{9}$$

растягивающее усилие $N_r(r)$ получит выражение

$$N_r=M\cdot x^{a-\frac{2}{\alpha_0}+1}+L\cdot x^{-a}+T\cdot x^{\frac{1}{\alpha_0}}+P, \tag{10}$$

где

$$M=\frac{N_2b_2^a-N_1b_1^a+\frac{1}{\alpha_0^2}\cdot\left[\frac{E_0h\alpha_T\gamma\cdot\left(b_1^a-b_2^a\right)}{a\left(\frac{2}{\alpha_0}-a-1\right)}-\frac{qr_0(1+\nu)\left(b_1^{a+\frac{1}{\alpha_0}}-b_2^{a+\frac{1}{\alpha_0}}\right)}{\left(\frac{1}{\alpha_0}+a\right)\left(\frac{3}{\alpha_0}-a-1\right)}\right]}{b_2^{2\left(a-\frac{1}{\alpha_0}\right)+1}-b_1^{2\left(a-\frac{1}{\alpha_0}\right)+1}};$$

$$L = b_1^a \cdot N_1 - \frac{b_1^a}{\alpha_0^2}\left(\frac{E_0 h\alpha_T\gamma}{a\left(\frac{2}{\alpha_0}-a-1\right)} - \frac{qr_0(1+\nu)\cdot b_1^{1/\alpha_0}}{\left(\frac{1}{\alpha_0}+a\right)\left(\frac{3}{\alpha_0}-a-1\right)}\right) - \left(b_2^a N_2 - b_1^a N_1 + \frac{1}{\alpha_0^2}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{E_0 h\alpha_T\gamma\cdot\left(b_1^a - b_2^a\right)}{a\left(\frac{2}{\alpha_0}-a-1\right)} - \frac{qr_0(1+\nu)}{\left(\frac{1}{\alpha_0}+a\right)\left(\frac{3}{\alpha_0}-a-1\right)}\cdot\left(b_1^{a+\frac{1}{\alpha_0}} - b_2^{a+\frac{1}{\alpha_0}}\right)\right]\right)\cdot\frac{b_1^{2\left(a-\frac{1}{\alpha_0}\right)+1}}{b_2^{2\left(a-\frac{1}{\alpha_0}\right)+1} - b_1^{2\left(a-\frac{1}{\alpha_0}\right)+1}};$$

$$T = -\frac{1}{\alpha_0^2}\cdot\frac{qr_0(1+\nu)}{\left(\frac{1}{\alpha_0}+a\right)\left(\frac{3}{\alpha_0}-a-1\right)}, \quad P = \frac{1}{\alpha_0^2}\cdot\frac{E_0 h\alpha_T\gamma}{a\left(\frac{2}{\alpha_0}-a-1\right)}.$$

Далее для решения второго уравнения системы (3) воспользуемся методом частичной дискретизации. В соответствии с этим методом общее решение уравнения имеет вид

$$\upsilon = C_2 + \int \frac{1}{x\cdot D_M}\left[C_1 + \psi(x)\right]dx, \tag{11}$$

где при $D_M = \mathrm{A}\cdot x^{\frac{1}{\alpha_0\cdot\nu}}$.

$$\psi(x) = \frac{r_0^2}{2\alpha_0^2}\sum\left(x_k + x_{k+1}\right)\cdot\left[x_k^{\frac{2}{\alpha_0}-1} N_{r_k}\upsilon_k H(x-x_k) - x_{k+1}^{\frac{2}{\alpha_0}-1} N_{r_{k+1}}\upsilon_{k+1} H(x-x_{k+1})\right] - \int x D_M F_1(r)dx.$$

Интегрируя (11), получим

$$\upsilon = C_2 - C_1\frac{\alpha_0\nu}{\mathrm{A}x^{\frac{1}{\alpha_0\nu}}} - \frac{r_0^2\nu}{2\mathrm{A}\alpha_0}\sum\left(x_k + x_{k+1}\right)\cdot\left[x_k^{\frac{2}{\alpha_0}-1} N_{r_k}\upsilon_k\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{\alpha_0\nu}}} - \frac{1}{x_k^{\frac{1}{\alpha_0\nu}}}\right)H(x-x_k) - \right.$$

$$\left. - x_{k+1}^{\frac{2}{\alpha_0}-1} N_{r_{k+1}}\upsilon_{k+1}\left(\frac{1}{x^{\frac{1}{\alpha_0\nu}}} - \frac{1}{x_{k+1}^{\frac{1}{\alpha_0\nu}}}\right)H(x-x_{k+1})\right] - f(x),$$

где

$$f(x) = \frac{1}{\mathrm{A}\alpha_0^2}\left[-r_0^2\varphi M\frac{x^{a-\frac{1}{\alpha_0\nu}-1}}{(a+1)\left(a-\frac{1}{\alpha_0\nu}-1\right)} - r_0^2\varphi L\frac{x^{\frac{2}{\alpha_0}-a-\frac{1}{\alpha_0\nu}}}{\left(\frac{2}{\alpha_0}-a\right)\left(\frac{2}{\alpha_0}-a-\frac{1}{\alpha_0\nu}\right)} - \left(r_0^2\varphi T - \frac{r_0^3 q_z}{2}\right)\times\right.$$

$$\times\frac{x^{\frac{3}{\alpha_0}-\frac{1}{\alpha_0\nu}}}{\frac{3}{\alpha_0}\left(\frac{3}{\alpha_0}-\frac{1}{\alpha_0\nu}\right)} - \left(r_0^2\varphi P + qz_0r_0^2\right)\frac{x^{\frac{2}{\alpha_0}-\frac{1}{\alpha_0\nu}}}{\frac{2}{\alpha_0}\left(\frac{2}{\alpha_0}-\frac{1}{\alpha_0\nu}\right)} - Cr_0\alpha_0\frac{x^{\frac{1}{\alpha_0}-\frac{1}{\alpha_0\nu}}}{\frac{1}{\alpha_0}-\frac{1}{\alpha_0\nu}} -$$

$$\left. - \frac{\alpha_T\gamma E_1 h^3}{12(1-\nu)}\cdot\frac{\alpha_0\nu}{x^{\frac{1}{\alpha_0\nu}}}\left(\ln x + \alpha_0\nu\right)\right].$$

Полагая, что наружный контур заделан, имеем

$$x = b: \upsilon = 0; \quad \omega = 0, \tag{12}$$

где $\omega = -\int \upsilon dx.$

С учетом граничных условий окончательно получим

$$
\begin{aligned}
\upsilon = {} & \frac{r_0^2 \nu}{2A\alpha_0} \sum \left(x_k + x_{k+1}\right) \cdot \left[x_k^{\frac{2}{\alpha_0}-1} N_{r_k} \upsilon_k \left(\frac{1}{b x_k^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}} - \frac{1}{x_k^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}}{x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}} x_k^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}} - \right.\right. \\
& \left. - \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} - \frac{1}{x_k^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} \right) H(x - x_k) \right) - x_{k+1}^{\frac{2}{\alpha_0}-1} N_{r_{k+1}} \upsilon_{k+1} \left(\frac{1}{b x_{k+1}^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}} - \frac{1}{x_{k+1}^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}}{x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}} x_{k+1}^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}} - \right. \\
& \left.\left. - \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} - \frac{1}{x_{k+1}^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} \right) H(x - x_{k+1}) \right) \right] + \left(f(b) - \frac{Q(b)}{b} \right) \left(\alpha_0 \nu - 1\right) \left(1 - \left(\frac{b}{x} \right)^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}} \right) + f(b) - f(x);
\end{aligned}
$$

где $Q(x) = \int f(x)dx, \quad \upsilon_1 = \dfrac{\left(f(b) - \dfrac{Q(b)}{b} \right)\left(\alpha_0 \nu - 1\right)\left(1 - \left(\dfrac{b}{x_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}} \right) + f(b) - f(x_1),}{1 - \dfrac{r_0^2 \nu}{2A\alpha_0}\left(x_1 + x_2\right) \cdot x_1^{\frac{2}{\alpha_0}-1} N_{r_1} \left(\dfrac{1}{b x_1^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}} - \dfrac{b^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}}{x_1^{\frac{2}{\alpha_0 \nu}-1}} \right)}, \quad k = \overline{2,n};$

$$
\begin{aligned}
\upsilon_k = {} & \left\{ \frac{r_0^2 \nu}{2A\alpha_0} \sum_{i=1}^{k-2} \left(x_i + x_{i+1}\right) \cdot \left[x_i^{\frac{2}{\alpha_0}-1} N_{r_i} \upsilon_i \left(\frac{1}{b x_i^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}}{x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}} x_i^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}} \right) - x_{i+1}^{\frac{2}{\alpha_0}-1} N_{r_{i+1}} \upsilon_{i+1} \times \right.\right. \\
& \left. \times \left(\frac{1}{b x_{i+1}^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}}{x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}} x_{i+1}^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}} \right) \right] + \frac{r_0^2 \nu}{2A\alpha_0} \left(x_{k-1} + x_k\right) \cdot x_{k-1}^{\frac{2}{\alpha_0}-1} N_{r_{k-1}} \upsilon_{k-1} \left(\frac{1}{b x_{k-1}^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}}{x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}} x_{k-1}^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}} \right) + \\
& \left. + \left(f(b) - \frac{Q(b)}{b} \right) \left(\alpha_0 \nu - 1\right) \left(1 - \left(\frac{b}{x_k} \right)^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}} \right) + f(b) - f(x_k) \right\} \Big/ \left\{ 1 - \frac{r_0^2 \nu}{2A\alpha_0} \left(x_{k+1} - x_{k-1}\right) \cdot x_k^{\frac{2}{\alpha_0}-1} \times \right. \\
& \left. \times N_{r_k} \left(\frac{1}{b x_k^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}-1}}{x_k^{\frac{2}{\alpha_0 \nu}-1}} \right) \right\}.
\end{aligned}
$$

Проиллюстрированный подход позволяет получить приближенное аналитическое решение задачи о сложном изгибе круглой пластины с учетом различной зависимости жесткости и температурного поля от радиуса и толщины [4].

Существующие методы нахождения решений нелинейных дифференциальных уравнений, хотя и являются весьма полезными, однако при общей постановке задачи не могут гарантировать сходимость приближенного решения к точному. В этой связи применение метода частичной дискретизации к рассматриваемой системе нелинейных уравнений оказывается весьма целесообразным.

Список литературы

1 *Коваленко А.Д.* Круглые пластины переменной толщины. — М.: Физматгиз, 1959. — 294 с.

2 *Тюреходжаев А.Н., Култасов К.А., Касабеков С.И.* Аналитическое решение задачи о симметричном изгибе неоднородной пластины с отверстием в неоднородном температурном поле // Наука и новые технологии». — 1998. — № 4. — С. 7–14.

3 *Тюреходжаев А.Н., Тусупов А.Т., Тусупов К.А.* Полуобратная задача об изгибе неравномерно нагретой круглой пластины переменной толщины // Вестн. КазНТУ. — 1996. — № 4. — С. 43–47.

4 *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Пер. с нем. — 4-е изд., испр. — М.: Наука; Гл.ред. физ-мат. лит., 1971. — 576 с.

Ә.Н.Төреқожаев, Г.Ө.Маматова, В.Б.Рыстығұлова

Серпімді біртекті емес пластинаның әркелкі температуралық өрістегі күрделі иілуі

Мақалада әркелкі қыздырылған, серпімділік модулі радиусы бойымен ғана емес, сонымен қатар қалыңдығы бойымен де айнымалы болып табылатын пластинаның симметриялы деформациясы қарастырылды. Қазіргі уақыттағы практиканың дамуы зерттеушілер мен құраушылардан құрылымдардың түйіндері мен агрегаттардағы жоғары температуралық өрістің болуымен, қалыңдығының, серпімділік модулінің, Пуассон коэффициентінің айнымалылығымен байланысты беріктіктің көптеген есептерін шығарудың жаңа әдістерін ойлап табуды талап етеді. Біртекті емес пластинаның әркелкі температуралық өрістегі кернеулік-деформациялық күйін талдау туралы есепті шешудің аналитикалық және жуық-аналитикалық әдістеріне қажеттілік жоғары. Мұндай есептерді зерттеу ерекше маңызды. Бұл жұмыста көрсетілген олқылық едәуір дәрежеде орындалды.

A.N.Tyurehodzhaev, G.U.Mamatova, V.B.Rystygulova

Complicated bending elastic inhomogeneous plate in the uneven temperature field

The paper considers the symmetric deformation is unevenly heated plate, when the modulus of elasticity is variable not only along the radius, but also through the thickness of the plate. The development of modern of practice demands from researchers and designers creation of new of methods for solving large number of tasks of the strength, related to of variable thickness, modulus of elasticity, Poisson coefficient, presence of high of the temperature field in aggregates and designs the nodes. High demand analytical and approximately of analytic methods of solving problems about calculations of stress-deformed state inhomogeneous plates in the uneven temperature field. Research of such problems exceptionally important. In this work, to a considerable extent, the given white space is performed.

References

1 Kovalenko A.D. *Circular plates of variable thickness*, Moscow: Physmathgiz, 1959, 294 p.

2 Tyurehodzhaev A.N., Kultasov K.A., Kasabekov S.I. *Science and New Technologies*, 1998, 4, p. 7–14.

3 Tyurehodzhaev A.N., Tusupov A.T., Tusupov K.A. *Bull. of KazNTU*, 1996, 4, p. 43–47.

4 Kamke E. *Handbook on Ordinary the differential equations / Transl. from the German, 4th edition, corrected*, Moscow: Nauka. Chief Editorial Board of physical and mathematical literature, 1971, 576 p.