

## Мектеп математикасы курсындағы теңдеулер мен теңсіздіктер әдісі

### The method of equations and inequalities in school course of mathematics

Бердалиева А.А., Бертісқанова К.Т.

*Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті  
(e-mail: berdalieva\_a\_a@mail.ru, bertiskanova\_k\_t@mail.ru)*

Статья посвящается установлению связи между методом математического моделирования и методом уравнений и неравенства в курсе математики средней школы. Авторы рассматривают цели изучения метода уравнений и неравенств; суть и содержание метода, его деятельностные и гносеологические компоненты; возможности формирования метода в курсе математики средней школы; этапы формирования метода. Приведены конкретные примеры.

The article is devoted to the making links between the method of mathematical modeling and the method of equations and inequalities in school course of mathematics. In this article there are aspects of reason of learning the method of equations and inequalities, substance and content of this method, steps of forming this method in school course of mathematics. It's also devoted to the method of equations and inequalities as the method where basic processes of mathematical modeling can take a place. It's devoted to using this method for solution practical tasks. There are basic aspects of learning the method equations and inequalities in the article, it's indeed necessary for teachers in their future professional activity.

Теңдеулер мен теңсіздіктер әдісі — математикалық әдістердің бірі. Мұнда математикалық модельдеу процесінің іске асырылу кезеңдері анық көрінеді. Бұл әдіс модельдеу әдісінің нақтылануы деп есептесе де болады. Теңдеулер, теңсіздіктер, олардың үйлесімдері көптеген құбылыстардың (физикалық, химиялық және т.б.) математикалық модельдеуі болғандықтан, әр түрлі есептердің (соның ішінде практикада көп кездесетін) шешуі теңдеулер, теңсіздіктер және олардың үйлесімдерін шешуге алып келеді. Сондықтан аталған әдістің мақсаты құбылыстарды, болмыс процестерін танудан және көптеген ғылыми, практикалық мәселелерді шешудің тәсілін табудан тұрады.

Теңдеулер мен теңсіздіктер әдісінің аталынған мақсаттары оны оқып-үйренудің де мақсаттары болып табылады. Олардан басқа, тағы да білімдік, дүниетанымдық, дидактикалық мәнін айтуға болады. Олардың ішінен ең маңыздысы, нақты жағдайларды математикандыру іскерлігін оқушыларда қалыптастыру мүмкіндігі. Ал бұл жоғарыда көрсетілген, ең маңызды қызмет модельдеу қызметін қалыптастыруымен байланысты. Қазіргі таңда математиканы оқыту барысында математикалық модельдеудің алатын орны ерекше. Мектептегі математика оқулықтарында математикалық модельдеуді игеруге қатысты практикалық мазмұнды біраз есептер қарастырылған.

Математикалық модельдеудің үйрену негізінен екі сатыдан тұрады. Бірінші сатыда жаңа тақырып бойынша математикалық модель белгілі түсініктерді синтездеу арқылы жеңілден күрделіге көше отырып, нақтылы дәлелдемелермен оқушы ойында тұжырымдалады, яғни үйрену жұмысы жүргізіледі. Ал екінші саты, оқушыларды математикалық модельді іс-әрекетте пайдалануға үйрету болып табылады. Берілген математикалық модельді реалды өмірде пайдалану оқушылардың жаттығуларды орындаумен, практикалық мазмұнды есептерді шығарумен жүзеге асырылады.

Теңдеулер мен теңсіздіктер әдісін оқып-үйрену белгілі бір шамада пәнаралық және пәнішілік байланыстарды орнату мақсатын көздейді. Яғни білімді жүйелеуді қалыптастырады. Мектеп оқулықтарындағы берілген практикалық мазмұнды есептер мен жаттығулар мүмкіндігінше реалды өмір шындығын математикамен байланыстыратындай етіп құрастырылған. Кейбір практикалық мазмұнды есептер құрамында пәнаралық байланыстар сақталған [1].

Оқушы есептерді шығару барысында басқа пәндермен (табиғаттану, экология, география және т.б.) үйренген мағлұматтарының математикалық өрнегін құрып, оны шешу арқылы дүние шындығын өз қабілетіне сәйкес шешіп, тиісті мағлұмат алып отыруға көзделген. Міне, осылайша оқушының ой-өрісі, ойлау қабілеті дамуы үшін дидактика қызмет етеді.

Теңдеулер мен теңсіздіктер әдісінің негізгі идеясы, мәні төмендегілерден тұрады:

– зерттелетін құбылысты (процесті) сипаттаушы негізгі байланыстарды, элементтер арасындағы тәуелділіктерді анықтау, яғни құбылыстың жазбаша (ауызша) моделін құрудан;

- математика тіліне жазбаша модельді аударудан: анықталған байланыстарды, құбылыстар арасындағы тәуелділіктерді теңдеу, теңсіздік немесе олардың жүйелері түрінде жазу. Бұл жағдайда математикалық модельді құрамыз;
- қойылған есепті математикалық модель ішінде шешу: теңдеуді, теңсіздіктерді немесе олардың жүйелерін шешу (аналитикалық, графиктік тәсілдер);
- алынған нәтижені есептің алғаш тұжырымдалған тіліне аудару [2].

Теңдеулер мен теңсіздіктер әдісінің негізгі идеясын, мәнін мына бір қарапайым мысал арқылы сипаттайық. «Сыныпта  $a$  қыз және  $b$  ұл бала болса, сыныпта барлығы қанша оқушы бар?» деген сұраққа математикалық тілді қолданып, «сыныпта  $a + b$  оқушы бар» деп жауап беріледі.  $a + b$  жазуы берілген нақтылы жағдайдың «математикалық моделі» деп аталады. Алгебра негізінен әр түрлі нақтылы жағдайларды математикалық тілді қолданып, математикалық модель түрінде өрнектеп алғаннан кейін нақтылы жағдайдың өзін емес, оның математикалық моделін, алгебрада тұжырымдалған әр түрлі ережелерді, қасиеттерді, заңдылықтарды пайдаланып талқылайды, зерттейді.

Төменде бірнеше нақтылы жағдайлардың математикалық моделі келтірілген.

Р/с №	Нақтылы жағдай	Математикалық модель
1	Сыныптағы қыздар саны	$b$
2	Сыныптағы ұлдар саны	$b$
3	Сыныптағы қыздар мен ұлдардың саны бірдей	$a = b$
4	Қыздардың ұлдардан екеуі артық	$a - b = 2$ немесе $a = b + 2$ немесе $a - 2 = b$
5	Егер сыныптан 3 қыз кетсе, онда ұлдар қыздардан 3 есе артық болады	$b = 3(a - 3)$

*Есеп:* Сыныптағы қыздар ұлдардан 2 есе көп. Егер сыныптан 3 қыз кетіп, оның орнына 3 ұл келсе, онда қыздардың ұлдардан төртеуі артық болады. Сыныпта қанша оқушы бар?

*Шешуі:* Сыныптағы ұлдар саны  $x$ -ке тең болсын, онда қыздар саны  $2x$  болады. Егер 3 қыз кетсе, онда сыныпта  $(2x - 3)$  қыз қалады. Егер сыныпқа 3 ұл келсе, онда ұлдар саны  $(x + 3)$  болады. Онда қыздар саны ұлдар санынан 4-ке артық болатындықтан, оны математикада былай жазады:

$$(2x - 3) - (x + 3) = 4.$$

Бұл теңдеу есептің математикалық моделі болады. Теңдеуді шешудің ережелерін қолданып, мыналарды жазуға болады:

$$2x - 3 - x - 3 = 4;$$

$$x - 6 = 4;$$

$$x = 6 + 4;$$

$$x = 10.$$

Сонда сыныпта 10 ұл болған, ал қыздар 20 (есептің шарты бойынша қыздар ұлдардан 2 есе көп); барлық оқушылар саны 30.

Есепті шығару барысында есеп шешуін талқылаудың үш кезеңнен тұратынын көрдік.

Бірінші кезеңде есептің математикалық моделі құрылады:

$$(2x - 3)(x + 3) = 4.$$

Екінші кезеңде математикалық модельді шештік, яғни оны қарапайым түрге ( $x=10$ ) келтірдік. Біз бұл кезеңде қыздар не ұлдар туралы ойланбадық, тек «таза» математикалық амалдар орындадық.

Үшінші кезеңде есептің сұрағына жауап беру үшін алынған шешімді пайдаландық. Бұл кезеңде біз тағы да қыздарға, ұлдарға және есеп шартындағы сыныпқа қайта оралдық. Міне, нақтылы өмірде математика осылай қолданылады. Енді математикалық модельдің және онымен жұмыс істеудің қажеттігі түсінікті болса керек. Математикалық модель қанша күрделі болған сайын оны ықшамдау үшін сонша көбірек фактілерді, ережелерді, қасиеттерді қолдануға тура келеді. Бұл фактілерді, ережелерді, қасиеттерді алгебраны оқу барысында үйренеді.

Нақтылы жағдайда өрнектеу үшін әр түрлі математикалық модельді пайдалануға тура келеді, атап айтқанда: сөзді (сөзбен модельдеу), алгебраны (алгебралық модель), графикті (графикалық модель) пайдаланылады [3].

Теңдеулер мен теңсіздіктер әдісі математикалық әдістердің бірі болғандықтан, оның қызметтік және гносеологиялық құрамдас бөліктері (компоненттері) бар.

Теңдеулер мен теңсіздіктер әдісінің қызметтік компоненттерін атап көрсетелік:

- бір немесе бірнеше негізгі белгісіздерді таңдау және белгілеу;
- басқа белгісіздер үшін белгілеулерді енгізу;
- шешуші модельді құрастыру (теңдеулер, теңсіздіктер немесе олардың үйлесімдерін);
- алынған модельді шешу;
- қойылған есептің шартына сәйкес нәтижені (теңдеу, теңсіздіктердің шешімдерін және т.б.) зерттеу.

Қызмет негізін жоғарыдағы көрсетілген амалдар құрайды. Бұл қызмет көпшілік жағдайда ой құралдары арқылы жүзеге асады.

Теңдеулер мен теңсіздіктер әдісінің гносеологиялық мазмұнының құрамдас бөлігін төмендегідей анықтауға болады:

1) әдіс қолданылатын объект ретіндегі құбылыстың, процестің сипаттамасында орын алатын шамалар арасындағы негізгі тәуелділіктерді (мысалы, жылдамдық, уақыт, жол арасындағы тәуелділіктер; еңбек өнімділігі, уақыт, жұмыс көлемі; өнім саны, құны, бағасы және т.б. арасындағы тәуелділіктер) және оларды математикалық өрнектеу тәсілдерін білу;

2) белгілі бір тәуелділікте болатын бір немесе бірнеше шамаларды сипаттайтын құбылысты, процесті зерттеу нәтижесі, бұл нәтиженің салдары;

3) берілген әдіспен шешілетін есептер шеңберінде «шешуші модель типі» белгісі бойынша типтерді атап көрсетелік: теңдеулер құруға есептер, теңсіздіктер құруға есептер, теңдеулер жүйесін құруға есептер, теңсіздіктер жүйесін құруға есептер, теңдеу және теңсіздіктер жүйесін құруға есептер. Әрбір көрсетілген тип сәйкесінше түрлерге бөлінуі мүмкін (мысалы, сызықтық, квадраттық, бөлшек-рационалдық теңдеулер құруға есептер және т.б.) [2].

Барлық есептер түрлері ішінен оптимизацияға берілген есептерді айрықша орын алады. Олардың ішінен: а) кесіндіде үзіліссіз және осы кесіндіде кризистік нүктелері санаулы функцияның ең үлкен немесе ең кіші мәндерін; б) сызықтық теңдеулер және сызықтық теңсіздіктер жүйесімен берілген сызықтық функцияның ең үлкен немесе ең кіші мәнін табуға есептер (сызықтық программалау есебі).

Әдісті пайдалану ерекшелігі, оны қолдану орнына қарай, берілген есепті шешуші модельдің тиімді түрін таңдау қажеттігіне байланысты және теңдеулер мен теңсіздіктер әдісінің қолдануы бойынша қызметтерде көрінеді [2].

Бұл белгісізді тиімді таңдау, шешуші модельді құру, теңдеулер, теңсіздіктердің кейбір түрлерін шешу, сондай-ақ алынған нәтижелердің сәйкесінше түсіндіру, талдау ерекшеліктері.

Теңдеулер мен теңсіздіктер әдісін пайдалану ерекшеліктері геометриялық, физикалық және т.б. мазмұндағы есептерді шешу процесінде айрықша көрінеді.

#### *Орта мектеп математика курсына теңдеулер мен теңсіздіктер әдісін қалыптастыру мүмкіндіктері*

Теңдеулер мен теңсіздіктер әдісін табысты қолдануы үшін оқушыларға төмендегі білім мен іскерліктер қажет:

- теңдеулер, теңсіздіктер және олардың үйлесімдері туралы білім: ұғымдар (теңдеу, теңсіздік және т.б.; түбір, теңдеу, теңсіздік шешімдері, теңбе-тең теңдеулер, теңсіздіктер және т.б.; теңдеу, теңсіздік графиктері); сандық теңдік пен теңсіздік қасиеттері; теңдеу теңсіздік түрлері; теңдеу, теңсіздік және олардың жүйесін шешу тәсілдері (аналитикалық, графиктік);
- негізгі шамалар арасындағы тәуелділіктерді, математика курсына оқытылатын геометриялық және басқа объектілердің қасиеттерін; осы тәуелділіктердің, қасиеттердің математикалық өрнектеу тәсілдерін білу;
- теңдеулер, теңсіздіктер және олардың үйлесімдерінің түрлерін шешуге байланысты іскерліктер: берілген теңдеулерге, теңсіздіктерге теңбе-тең теңдеулер, теңсіздіктер алу (бұл сәйкес функция қасиеттерін қолдану арқылы теңдеулер, теңсіздіктер үшін негізгі теңбе-тең теоремалары көмегімен іске асырылады); әрбір нақты жағдай үшін шешу тәсілінің тиімдісін таңдау т.б.;
- есепті ауызша (жазбаша) модель тілінен математикалық модель тіліне аударуды іске асыру іскерлігі (яғни шарттында көрсетілген қасиеттер, шамаларға сәйкес теңдеу, теңсіздіктер құру);
- математикалық модельді шешу нәтижесін берілген есеп шартына сәйкес түсіндіру іскерлігі.

*Әдісті қалыптастыру кезеңдері*

Оқушылардың теңдеулер мен теңсіздік әдісін меңгеру мүмкіндіктерін іске асыру екі мәселені шешуден тұрады. Біріншісі, оқушылардың әдіс мәні мен оны қолданудағы қызметтерді меңгеруді түсінуін қамтамасыз етуден (қызметтік компоненттер), екіншісі, әдісті әр түрлі есеп шешкенде қолдануға үйретуден тұрады.

Бұл мәселелерді шешу теңдеулер мен теңсіздіктер әдісін қалыптастыру процесінде төмендегі кезеңдерге бөліну керектігін болжайды:

1. Оқушылардың қойылған оқу мәселесін қабылдау кезеңі. Бұл кезеңнің негізгі мақсаты — оқушыларға теңдеулер мен теңсіздіктер әдісінің мәнін көрсету және көптеген есептер шешудің арнайы әдісін меңгерту. Бұл кезеңде оқытушының қолданатын негізгі құралы — есептер. Есептерді шешу процесінде қарастырылып отырған әдістің қолданымы тиімді екені айқын көрінуі керек.

2. Әдістің мәнін оқушылардың меңгеру кезеңі. Бұл кезеңде оқушылар оқытушының басшылығымен теңдеулер мен теңсіздіктер әдісінің операциялық құрылымында қызметтерді бөледі; олардың ретін құрастырады; әдісті қолдану үшін нені біліп және нені меңгеру керектігін айтады.

3. Теңдеулер мен теңсіздіктер әдісінің компоненттерін қалыптастыру кезеңі. Бұл кезеңде оқытушы оқушыларда мынадай қызметтердің қалыптасуына көңіл аударуы керек: негізгі бір белгісізді немесе бірнеше белгісіздерді таңдау және белгілеу, басқа белгісіздер үшін белгілеулер енгізу және нәтижені қойылған есеп шартына сәйкес талдау (түсіндіру).

4. Белгілі бір есеп түрі үшін әдісті қолдануға оқушыларды үйрету кезеңі. Бұл кезеңнің мақсаты оқушыларға әдістің жеке компоненттерін қалыптастыру ғана емес, әдісті толығымен қолдануға үйрету.

5. Оқушыларды көптеген математикалық есептер шешу үшін әдісті қолдануға үйрету кезеңі. Бұл кезеңнің негізгі мақсаты — оқушыларға берілген есептің шешуші моделінің тиімді түрін таңдауға үйрету.

## References

1. *Dalinger V.A.* Training of pupils to the decision of text problems by method of drawing up of the equations: the Grant for teachers. — Omsk: Publishing house OITT, 1991. — 50 p.
2. *Ljashchenko E.I., Zobkova K.V., Kirichenko T.F.* Laboratory and practical works by a technique of teaching of mathematics: Studies. — M.: Education, 1988. — 223 p.
3. *Phridman L.M.* Suzheting of a problem in the mathematic. History, the theory, a technique. — M.: Pedagogics, 2002. — 205 p.