$$\omega_n(t) = -\omega_k(t) \text{ при } \xi_n = -\xi_k,\ \mathrm{Re}\left\{\int_0^t \omega_k(\tau)d\tau\right\} > -\mathrm{Im}\{\xi_k(0)\},\quad k=\overline{1,N} \quad (5)$$

при всех неотрицательных значениях t. Для определённости будем предполагать, что в сумме участвующей в правой части (1) сначала идут члены с $\mathrm{Im}\,\xi_k > 0,\ k=\overline{1,N}$.

Предположим, что функция $u(x,t)$ обладает требуемой гладкостью и достаточно быстро стремится к своим пределам при $x \to \pm\infty$, т.е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\left(1+|x|\right)|u(x,t)| + \sum_{k=1}^{3}\left|\frac{\partial^k u(x,t)}{\partial x^k}\right|\right)dx < \infty,\ k=1,2,3. \quad (6)$$

Основной целью работы является получение представлений для решения $u(x,t),\ f_k,\ g_k,\ k=\overline{1,2N}$, **задачи (1)-(6)** в рамках метода обратной задачи рассеяния для оператора $L(t)$**.**

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

Теорема. Если функции $u(x,t)$, $f_k(x,t),\ g_k(x,t)$, $k=\overline{1,N}$ являются решением задачи (1)–(6), то данные рассеяния оператора $L(t)$ с потенциалом $u(x,t)$ меняются по t следующим образом:

$$\frac{d\xi_n}{dt} = i\omega_n(t),\ n=\overline{1,N}$$

$$\frac{dC_n}{dt} = [8i\xi_n^3\beta(t)u(x_0,t) + ip_n(t)\omega_n(t) - 2i\xi_n\alpha(t)u(x_1,t)]C_n,\quad n=\overline{1,N}$$

$$\frac{dr^+}{dt} = \left[8i\xi^3\beta(t)u(x_0,t) + \sum_{k=1}^{N} i\omega_k(t)\left(\frac{1}{\xi+\xi_k} + \frac{1}{\xi-\xi_k}\right) - 2i\xi\alpha(t)u(x_1,t)\right]r^+,\ (\mathrm{Im}\,\xi = 0),$$

Полученные равенства полностью определяют эволюцию данных рассеяния, что позволяет применить метод обратной задачи рассеяния для решения задачи (1) – (6).

Список использованной литературы

1. Gardner C. S., Greene I.M., Kruskal M.D., Miura R.M. Method for Solving the Korteweg-de Vries Equation // Phys. Rev. Lett. 1967, V.19, P. 1095-1097.
2. Wadati M. The exact solution of the modified Korteweg-de Vries equation. // J.Phys. Soc. Japan. 1972. V.32, P.1681.
3. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир, 1988.
4. Хасанов А. Б., Хоитметов У. А. Интегрирование общего нагруженного уравнения Кортевега–де Фриза с интегральным источником в классе быстроубывающихкомплекснозначных функций // *Изв. вузов. Мат.*, 2021, № 7, С. 52–66.
5. Khasanov A.B, Hoitmetov U.A. On integration of the loaded mKdV equation in the class of rapidly decreasing functions // Bullet. IrkutskSt. Univ. Ser. Math. 2021, V. 38, P. 19–35.

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ МОДИФИЦИFРОВАННОГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА-ДЕ ФРИЗА ВОЗНИКАЮЩЕГОСЯ В АРТЕРИАЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ.

Хасанов М.М., Расулова С.И.

Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан

E-mail: hmuzaffar@mail.ru

В работе [1] установлена полная интегрируемость модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза (мКдФ), в классе быстроубывающих функций. В работах [2, 3] уравнение мКдФ исследована в классе конечнозонных функций.

В этой работе изучается периодические решения уравнения модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза возникающегося в артериальной механике

$$q_t = 6q^2 q_x - q_{xxx} + h(t)q_x\,,\ t>0\,,\ x\in R\,. \qquad (1)$$

Требуется найти решение $q(x,t)$ уравнения (1), удовлетворяющее условиям

$$q(x,t)\big|_{t=0} = q_0(x)\,,\ q(x+\pi,t)\equiv q(x,t)\in C_x^3(t\ge 0)\cap C_t^1(t>0)\,, \qquad (2)$$

где $q_0(x)$ и $h(t)\in C[0,\infty)$ заданные действительные функции При изучении задачи (1)+(2) используется следующий оператор Дирака

$$L(t)y \equiv B\frac{dy}{dx} + \Omega(x,t)y = \lambda y\,,\ x\in R\,, \qquad (3)$$

где

$$B=\begin{pmatrix} 0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix},\ \Omega(x,t)=\begin{pmatrix} 0 & q(x,t)\\ q(x,t) & 0\end{pmatrix},\ y=\begin{pmatrix} y_1(x)\\ y_2(x)\end{pmatrix}.$$

Через $s(x,\lambda,t)=(s_1(x,\lambda,t),\,s_2(x,\lambda,t))^T$ обозначена решение уравнения (3), удовлетворяющая начальным условиям $s(0,\lambda,t)=(0,1)^T$.

Спектр оператора (3) состоит из следующего множества $E=\bigcup_{n\in Z}[\lambda_{2n},\lambda_{2n+1}]$. Собственные значения $\xi_n(t)$, $n\in Z$ задачи Дирихле $y_1(0)=0$, $y_1(\pi)=0$ для системы (3) вместе со знаками $\sigma_n(t)=sign\{s_2(\pi,\xi_n(t),t)-1/s_2(\pi,\xi_n(t),t)\}$, $n\in Z$ называются спектральными параметрами задачи (3).

Теорема. Пусть $q(x,t)$ является решением задачи (1)+(2). Тогда спектр оператора Дирака с коэффициентом $q(x+\tau,t)$ не зависит от τ и t, а спектральные параметры $\xi_n=\xi_n(\tau,t), n\in Z$ удовлетворяют системе Дубровина

$$\frac{\partial\xi_n}{\partial t} = 2(-1)^n\sigma_n(\tau,t)h_n(\xi)\times\{-2\xi_n[q^2(\tau,t)+q_x(\tau,t)]-4\xi_n^3-h(t)\}\,,\ n\in Z\,, \qquad (4)$$

где $h_n(\xi)=\sqrt{(\xi_n(\tau)-\lambda_{2n-1})(\lambda_{2n}-\xi_n(\tau))}\cdot\sqrt{\prod\limits_{\substack{k=-\infty\\k\ne n}}^{\infty}\frac{(\lambda_{2k-1}-\xi_n(\tau))(\lambda_{2k}-\xi_n(\tau))}{(\xi_k(\tau)-\xi_n(\tau))^2}}$

и

$$s_1(\pi,\lambda,t,\tau)=\pi(\xi_0-\lambda)\prod_{k\ne 0}\frac{\xi_k-\lambda}{k}.$$

Знак $\sigma_n(\tau,t)\equiv\pm 1$ меняется при каждом столкновении $\xi_n(\tau,t)$ с границами своей лакуны $[\lambda_{2n-1},\,\lambda_{2n}]$. Кроме того, выполняются следующие начальные условия:

$$\xi_n(\tau,t)\big|_{t=0}=\xi_n^0(\tau),\ \ \sigma_n(\tau,t)\big|_{t=0}=\sigma_n^0(\tau)\ ,\ n\in Z\,, \qquad (5)$$

где $\xi_n^0(\tau)$, $\sigma_n^0(\tau)$ $n\in Z$ - спектральные параметры оператора Дирака соответствующие коэффициенту $q_0(x+\tau)$.

Учитывая формулы следов

$$q(\tau,t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)h_n(\xi)\,, \qquad (6)$$

$$q^2(\tau,t)+q_x(\tau,t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(\frac{\lambda_{2k-1}^2+\lambda_{2k}^2}{2}-\xi_k^2(\tau,t)\right)$$

систему (4) можно переписать в замкнутой форме.

Следствие 1. Эта теорема дает метод решения задачи (1)+(2). Для этого сначала найдем спектральные данные λ_n, $\xi_n^0(\tau)$, $\sigma_n^0(\tau)$, $n\in Z$, соответствующие коэффициенту $q_0(x+\tau)$.

Далее, решая задачу Коши (4)+(5) находим $\xi_n(\tau,t)$, $n\in Z$. После этого, по формуле $q(\tau,t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)h_n(\xi)$, определяем $q(x,t)$.

Следствие 2. Из результатов работы [4] следует, что если начальная функция $q_0(x)$ является действительной аналитической функцией, то и решение $q(x,t)$ является действительной аналитической функцией по x.

Следствие 3. Используя результаты работы [5], выводим, что если $\pi/2$ является периодом начальной функции $q_0(x)$, то и решение $q(x,t)$ является $\pi/2$-периодическим по x.

Следствие 4. Используя результаты работы [6], выводим, что если $\pi/2$ является антипериодом начальной функции $q_0(x)$, то и решение $q(x,t)$ является $\pi/2$-антипериодическим по x.

Список использованной литературы

1. Wadati M. *The exact solution of the modified Korteweg-de Vries equation* // J. Phys. Soc. Japan. 1972. - V. 32. P. 1681.
2. Итс А.Р. *Точное интегрирование в римановых θ-функциях нелинейного уравнения Шредингера и модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза.* - Дисс. канд. физ.-мат. наук, Л.: ЛГУ, 1977.
3. Смирнов А.О. *Эллиптические решения нелинейного уравнения Шредингера и модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза* // Мат. сб., 1994. - Т. 185. N 8. - С. 103-114.
4. Хасанов А.Б., Ибрагимов А.М. *Об обратной задаче для оператора Дирака с периодическим потенциалом* \\ УзМЖ. 2001. - N 3-4. С. 48-55.
5. Хасанов А.Б., Яхшимуратов А.Б. *Аналог обратной теоремы Г.Борга для оператора Дирака* // УзМЖ. 2000. - N 3. - С. 40-46.
6. Currie S., Roth T., Watson B. Borg's periodicity theorems for first-order self-adjoint systems with complex potentials // Proceedings of the Edinburgh mathematical society, 2017. - v. 60. - P. 615-633.

СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ $F_{20}^{(4)}(x,y,z,t)$ И ЕЁ ЛИНЕЙНО НЕЗАВИСИМЫЕ РЕШЕНИЯ

[1]Хасанов А., [2]Мавлонов М.

[1]Институт математики им. В. И. Романовского, Ташкент, Узбекистан.

[1]Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М. Т. Уразбаева, Ташкент, Узбекистан.

[2]Термезский Государственный Университет, Термез, Узбекистан.

Email: anvarhasanov@yahoo.com; mansurmavlonov2709@gmail.com

Рассмотрим следующую гипергеометрическую функцию второго порядка от четырех переменных [1-4]:

$$u(x,y,z,t)=F_{20}^{(4)}\left(\begin{matrix}a_1,a_2,b_1,b_2,b_3;\\ c_1,c_2,c_3;\end{matrix}x,y,z,t\right)=\sum_{m,n,p,q=0}^{\infty}\frac{(a_1)_{m+n+p}(a_2)_q(b_1)_{m+n}(b_2)_p(b_3)_q}{(c_1)_{m+q}(c_2)_n(c_3)_p}\times$$
$$\times\frac{x^m}{m!}\frac{y^n}{n!}\frac{z^p}{p!}\frac{t^q}{q!},\ \left\{\sqrt{|x|/(1-|z|)}+\sqrt{|y|/(1-|z|)}<1,\ |z|<1,\ |t|<1,\right\}, \tag{1}$$

где $(a)_m=\Gamma(a+m)/\Gamma(a)$ символ Похгаммера [5], $\Gamma(a)$ гамма-функция Эйлера $a_1,a_2,b_1,b_2,b_3,c_1,c_2,c_3$ постоянные параметры.

Теорема 1. Если $a_1,a_2,b_1,b_2,b_3,c_1,c_2,c_3\in\mathbb{C}$, $c_1,c_2,c_3\in\mathbb{C}\setminus\mathbb{Z}_0^-$ $\left(\mathbb{Z}_0^-:=\mathbb{Z}^-\cup\{0\}=\{0,-1,-2,...\}\right)$ то гипергеометрическая функция (1) удовлетворяет следующую систему дифференциальных уравнений в частных производных