

Әр түрлі жылу ағындары мен жылу алмасу әсеріндегі жартылай изоляцияланған шекті ұзындықтағы стерженнің (өзектің немесе өзекшенің, білектің) термо-механикалық күйін зерттеу

Investigation of thermomechanical state of partially thermally insulated rod under the action of different heat flow and heat exchange

Ташенова Ж.М.¹, Нұрлыбаева Э.Н.², Құдайқұлов А.Қ.¹

¹ Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана;

² Қ.Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы (E-mail: zhuldyz_tm@mail.ru)

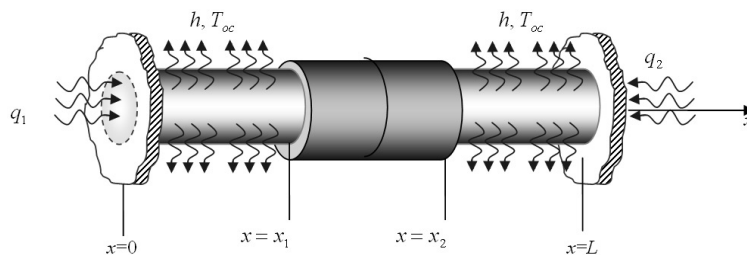
В статье рассматриваются вопросы определения температурного поля закрепленного стержня. В случае стержня, закрепленного с обоих концов, исследуется возникающее поле деформации и напряжения. Данные исследования позволяют определять прочностные характеристики несущих элементов различных технологических линий, работающих при наличии различных источников тепла. Исследования термо-механического состояния несущих элементов, работающих в сложном тепловом и силовом поле с точки зрения непрерывной и надежной работы всей технологической линии являются актуальными.

This paper deals with the determination of the temperature field of fixed rod. In the case of a rod fixed at both ends of the field the resulting strains and stresses are researched. These investigations allow to determine the strength characteristics of strength members of different production lines, working in the presence of various sources of heat. Studies of thermo-mechanical state of the strength members operating in a complex thermal and force fields in terms of continuous and reliable operation of the entire production line is up to date.

Жылу көздері әсерінде тұрақты жұмыс жасайтын технологиялық жүйелердегі негізгі құрылым элементтері көп жағдайда шекті ұзындықтағы стержень (өзекше) тәрізді болады. Стерженнің ұзындығы $L[см]$, көлденең қима ауданы $F[см^2]$ болсын. Ал стержень материалының физика-математикалық қасиеттері $k_{xx} \left[\frac{BT}{см \cdot ^\circ C} \right]$ — жылу өткізгіштік коэффициенті; $\alpha \left[\frac{1}{^\circ C} \right]$ — жылудан кенею коэффициенті және $E \left[\frac{кГ}{см^2} \right]$ — серпімділік модулі арқылы өрнектеледі. OX осі солдан оңға қарай стержень осімен көлденең бағытталған болсын. Берілген шекті ұзындықтағы стержень бір уақыттың ішінде жылу изоляциясы, әр түрлі жылу ағындарымен жылу алмасу әсерінде жұмыс жасайтын болсын.

Мысалы, стерженнің $(0 \leq x \leq x_1)$ және $(x_2 \leq x \leq L)$ аралықтарындағы бөлімнің бүйір беттері жылу өткізбейтін қабатпен қапталған (изоляцияланған) болсын. Ал стерженнің $(x_1 \leq x \leq x_2)$ бөлімінің бүйір беті арқылы сыртқы ортамен жылу алмассын. Мұнда жылу алмасу коэффициенті $h \left[\frac{BT}{см^2 \cdot ^\circ C} \right]$, ал сыртқы ортаның температурасы $T_{co}[^\circ C]$ болсын.

Сондай-ақ $h, T_{co} = const$ болсын. Стерженнің сол шетіндегі $(x=0)$ көлденең қима ауданына $q_1 \left(\frac{BT}{см^2} \right)$, ал оң шетіндегі $(x=L)$ көлденең қима ауданына $q_2 \left(\frac{BT}{см^2} \right)$ жылу ағындары түсіп тұрсын (1-сур.).

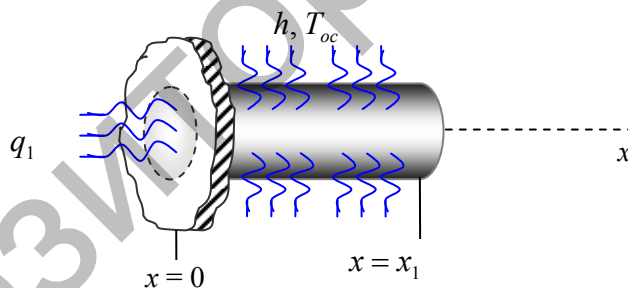


1-сур. Мәселенің есептеу сызбасы

Мұнда стерженнің ұзындығы бойынша жылу таралу заңдылығын табу қажет болады. Егер берілген стерженнің кез келген бір шеті мықтап бекітілген, ал екінші шеті бос болса, онда оның жылу өрісі әсерінен қаншалық ұзарғанын табу қажет болады.

Сондай-ақ стерженнің екі шеті де мықтап бекітілген болса, онда жылу өрісі әсерінен стержень осі бойынша бағытталған сығушы күш және деформациялар мен кернеулердің өрістері пайда болып, олардың таралу заңдылықтарын табу қажет болады. Бұл мәселенің айтылған шешімдерін анықтау инженерлік және механика-математикалық тұрғыдан өте күрделі мәселе болып табылады. Себебі бұл мәселені белгілі әдістермен шешуге болмайды. Математикалық тұрғыдан қарағанда стержендегі жылу өрісі парабола типтегі дербес туындылы теңдеумен өрнектелсе, деформациялар мен кернеулер өрістері гипербола типтегі теңдеуімен өрнектеледі. Мұнда екінші теңдеуде парабола типтегі теңдеудің шешімі қатысады. Сондықтанда бұл күрделі мәселе болып, оны шешу оңайға соқпайды. Нәтижесінде, жоғарыда қойылған мәселені шешу 2 сатыдан тұрады.

1-саты. Мұнда берілген стерженде әр түрлі жылу көздері әсерінен пайда болатын $T = T(x)$ жылу өрісін анықтау мәселесі қаралады. Бұл мәселені шешу үшін энергияның сақталу заңын пайдаланамыз. Мұнда мәселенің берілуі мазмұнына сәйкес берілген стерженді үш бөлікке бөлеміз. Әр түрлі бөлігі үшін толық жылу энергиясын өрнектейтін функционалды құрамыз. Мұнда, әрине, термодинамиканың негізгі заңдарын пайдаланамыз [1]. Стерженнің бірінші бөлігі деп $(0 \leq x \leq x_1)$ аралығындағы бөлікті аламыз (2-сур.).



2-сур. Стерженнің бірінші бөлігі

Стерженнің бұл бөлігі үшін толық жылу энергиясын өрнектейтін функционалдың көрінісі келесідей болады [1]:

$$J_1 = \int_{V_1} \frac{k_{xx}}{2} \left(\frac{dT}{dx} \right)^2 dV = \int_{F(x=0)} q_1 T ds, \quad (0 \leq x \leq x_1), \quad (1)$$

мұнда V_1 — стерженнің 1-бөлігінің көлемі; $F(x=0)$ — стерженнің сол шетіндегі көлденең қима ауданы.

Стерженнің 1-бөлігі бойынша жылу таралу заңдылығын үш нүктеден өтетін параболамен өрнектесе, онда $(0 \leq x \leq x_1) = (0 \leq x \leq l_1)$ аралығында $T = T(x)$ былайша өрнектеуге болады [2]:

$$\begin{aligned} T(x) &= \varphi_i(x) \cdot T_i + \varphi_j(x) \cdot T_j + \varphi_k(x) \cdot T_k = \\ &= \frac{(l_1^2 - 3l_1 x + 2x^2)}{l_1^2} \cdot T_i + \frac{(4l_1 x - 4x^2)}{l_1^2} \cdot T_j + \frac{(2x^2 - l_1 x)}{l_1^2} \cdot T_k, \end{aligned} \quad (2)$$

мұнда локалдық координат тұрғысынан қарағанда $(0 \leq x \leq l_1)$ болады. Онда 1-элемент шеңберінде температураның градиенті келесідей болады:

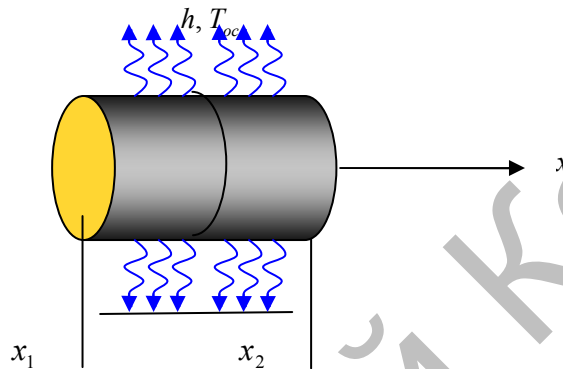
$$\frac{dT}{dx} = \frac{(4x-3l_1)}{l_1^2} \cdot T_i + \frac{(4l_1-8x)}{l_1^2} \cdot T_j + \frac{(4x-l_1)}{l_1^2} \cdot T_k, \quad (0 \leq x \leq l_1), \quad (3)$$

мұнда $T_i = T(x=0)$; $T_j = T(x = \frac{x_1}{2})$; $T_k = T(x = x_1)$.

Егер (3)-өрнекті (1)-өрнекке қойып, қажетті интегралдаударды орындасак, онда J_1 -дің интегралданған көрінісін табамыз

$$J_1 = \frac{k_{xx}F}{6l_1} (7T_1^2 - 16T_1 \cdot T_2 + 2T_1 \cdot T_3 - 16T_2 \cdot T_3 + 16T_2^2 + 7T_3^2) + Fq_1 \cdot T_1. \quad (4)$$

Енді стерженнің 2-бөлігін ($x_1 \leq x \leq x_2$) зерттейік (3-сур.).



3-сур. Стерженнің екінші бөлігі

Стерженнің 2-бөлігі үшін толық жылу энергиясын өрнектейтін функционалдың көрінісі келесіде болады [1]:

$$J_2 = \int_{V_2} \frac{k_{xx}F}{2} \left(\frac{dT}{dx} \right)^2 dV + \int_{S_{\delta\delta}} \frac{h}{2} (T - T_{CO})^2 ds, \quad (x_1 \leq x \leq x_2), \quad (5)$$

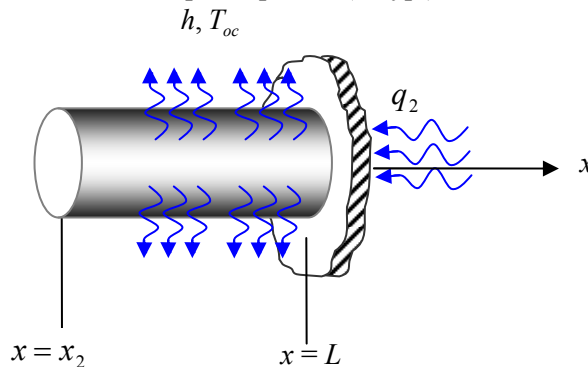
мұнда V_2 — стерженнің 2 бөлігінің көлемі; $S_{\delta\delta}$ — стерженнің 2-бөлігінің ($x_1 \leq x \leq x_2$) бүйір беті.

J_2 -нің интегралданған көрінісі төмендегідей болады:

$$J_2 = \frac{k_{xx}F}{6l_2} (7T_3^2 - 16T_3 \cdot T_4 + 2T_3 \cdot T_5 - 16T_4 \cdot T_5 + 16T_4^2 + 7T_5^2) + \frac{Phl}{2} \times \left[\frac{2}{15} T_3^2 + \frac{2}{15} T_3 \cdot T_4 - \frac{1}{15} T_3 \cdot T_5 + \frac{8}{15} T_4^2 + \frac{2}{15} T_5^2 + \frac{2}{15} T_4 \cdot T_5 - \frac{1}{3} T_{CO} \cdot T_3 - \frac{4}{3} T_{CO} \cdot T_4 - \frac{1}{3} T_{CO} \cdot T_5 + T_{CO}^2 \right], \quad (6)$$

мұнда $T_3 = T(x = x_1)$; $T_4 = T(x = x_1 + \frac{x_1-x_2}{2}) = T(x = \frac{x_1+x_2}{2})$; $T_5 = T(x = x_2)$; $l_2 = x_2 - x_1$; P — көлденең қима ауданының параметрі.

Енді стерженнің соңғы үшінші бөлігін қарастырамыз (4-сур.).



4-сур. Стерженнің үшінші бөлігі

Стерженнің 3-бөлігі үшін толық жылу энергиясын өрнектейтін функционалдың көрінісі төмендегідей болады [1]:

$$J_3 = \int_{V_3} \frac{k_{xx}}{2} \left(\frac{dT}{dx} \right)^2 dV + \int_{F(x=L)} q_2 \cdot T ds, \quad (x_2 \leq x \leq L), \quad (7)$$

мұнда V_3 — стерженнің 3-бөлігінің көлемі; $F(x=L)$ — стерженнің оң шетінің ($x=L$) көлденең қима ауданы.

Бұл функционалдың интегралданған көрінісі мынадай болады:

$$J_3 = \frac{k_{xx}F}{6l_3} (7T_5^2 - 16T_5 \cdot T_6 + 2T_5 \cdot T_7 - 16T_6 \cdot T_7 + 16T_6^2 + 7T_7^2), \quad (8)$$

мұнда $T_5 = T(x=x_2)$; $T_6 = T(x=x_2 + \frac{L-x_2}{2} = \frac{x_2+L}{2})$; $T_7 = T(x=L)$; $l_3 = L - x_2$.

J_1, J_2 және J_3 функционалдарда жақшалардың ішіндегі өрнектерде температуралардың алдындағы коэффициенттердің жиындылары нөлге тең болады. Мысалы, J_1 -дің өрнегінде $(7-16+2-16+16+7)=0$; ал J_2 -нің өрнегінде

$$(7-16+2-16+16+7) + \left(\frac{2}{15} + \frac{2}{15} - \frac{1}{15} + \frac{8}{15} + \frac{2}{15} + \frac{2}{15} - \frac{1}{3} - \frac{4}{3} - \frac{1}{3} + 1 \right) = 0;$$

сондай-ақ J_3 -тің өрнегінде $(7-16+2-16+16+7)=0$ болады. Бұл теңдіктер энергияның сақталу заңдылығының толық орындалуының белгілері болып табылады.

Сонымен, жалпы стерженнің толық жылу энергиясын өрнектейтін функционалдың көрінісі мынадай болады:

$$J = J_1 + J_2 + J_3, \quad (9)$$

Ал негізгі шешуші теңдеулер жүйесі төмендегідей болады:

$$\frac{\partial J}{\partial T_i} = 0, \quad i = 1 \div 7. \quad (10)$$

Енді осы теңдеулер жүйесін құрамыз:

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad \frac{\partial J}{\partial T_1} = 0; &\Rightarrow \frac{k_{xx}F}{3l_1} (7T_1 - 8T_2 + T_3) + Fq_1 = 0. \\ 2) \quad \frac{\partial J}{\partial T_2} = 0; &\Rightarrow \frac{k_{xx}F}{3l_1} (-8T_1 - 8T_3 + 16T_2) = 0. \\ 3) \quad \frac{\partial J}{\partial T_3} = 0; &\Rightarrow \frac{k_{xx}F}{3l_1} (T_1 - 8T_2 + 7T_3) + \frac{k_{xx}F}{3l_2} (7T_3 - 8T_4 + T_5) + \\ &+ \frac{Phl_2}{2} \left(\frac{4}{15}T_3 + \frac{2}{15}T_4 - \frac{1}{3}T_{co} \right) = 0. \\ 4) \quad \frac{\partial J}{\partial T_4} = 0; &\Rightarrow \frac{k_{xx}F}{3l_2} (-8T_3 - 8T_5 + 16T_4) + \frac{Phl_2}{2} \left(\frac{2}{15}T_3 + \frac{16}{15}T_4 + \frac{2}{15}T_5 - \frac{4}{3}T_{co} \right) = 0 \\ 5) \quad \frac{\partial J}{\partial T_5} = 0; &\Rightarrow \frac{k_{xx}F}{3l_2} (T_3 - 8T_4 + 7T_5) + \frac{Phl_2}{2} \left(-\frac{1}{15}T_3 + \frac{1}{15}T_5 + \frac{2}{15}T_4 - \frac{1}{3}T_{co} \right) + \\ &+ \frac{k_{xx}F}{3l_3} (7T_5 - 8T_6 + T_7) = 0. \\ 6) \quad \frac{\partial J}{\partial T_6} = 0; &\Rightarrow \frac{k_{xx}F}{3l_3} (-8T_5 - 8T_7 + 16T_6) = 0. \\ 7) \quad \frac{\partial J}{\partial T_7} = 0; &\Rightarrow \frac{k_{xx}F}{3l_3} (T_5 - 8T_6 + 7T_7) + Fq_2 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Алынған теңдеулер жүйесін шешіп, $T_i (i=1 \div 7)$ мәндерін анықтап, олар арқылы әр элемент шеңберінде $T = T(x)$ жылу таралу заңдылығы анықталады.

Зерттеліп жатқан мәселеде параметрлердің мәндерін төмендегідей етіп қабылдайық:

$$k_{xx} = 100 \left[\frac{BT}{\text{см} \cdot ^\circ\text{C}} \right];$$

$$L = 30^\circ\text{C}; l_1 = l_2 = l_3 = \frac{L}{3} = l = 10\text{см}; q_1 = q_2 = -100 \frac{BT}{\text{см}^2}; h = 10 \frac{BT}{\text{см}^2 \cdot ^\circ\text{C}};$$

$$T_{CO} = 30^\circ\text{C}; r = 1\text{см}; F = \pi r^2 = \pi; P = 2\pi r = 2\pi; \alpha = 0,0000125 \frac{1}{^\circ\text{C}}; E = 2 \times 10^6 \frac{\text{кГ}}{\text{см}^2}.$$

Берілгендердің бұл мәндерінде (11) теңдеулер жүйесінің көрінісі төмендегідей болады:

$$\left. \begin{aligned} 7T_1 - 8T_2 + T_3 &= 30 \\ T_1 - 2T_2 + T_3 &= 0 \\ T_1 - 8T_2 + 22T_3 - 4T_4 - T_5 &= 300 \\ -T_3 + 12T_4 - T_5 &= 300 \\ -T_3 - 4T_4 + 22T_5 - 8T_6 + T_7 &= 300 \\ T_5 - 2T_6 + T_7 &= 0 \\ T_5 - 8T_6 + 7T_7 &= 30. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Бұл теңдеулер жүйесін $T_i (i=1 \div 7)$ мәндерін анықтаймыз:

$$T_1 = T_7 = 42,25^\circ\text{C}; T_2 = T_6 = 37,25^\circ\text{C}; T_3 = T_5 = 32,25^\circ\text{C}; T_4 = 30,375^\circ\text{C}, \quad (13)$$

онда жалпы стерженнің ұзындығы бойынша жылу таралу заңдылығы төмендегідей болады:

$$\begin{aligned} T(x) &= \varphi_i(x) \cdot T_1 + \varphi_j(x) \cdot T_2 + \varphi_k(x) \cdot T_3 + \varphi_l(x) \cdot T_4 + \varphi_m(x) \cdot T_5 + \varphi_n(x) \cdot T_6 + \varphi_o(x) \cdot T_7 = \\ &= \frac{l^2 - 3lx + 2x^2}{l^2} \cdot 42,25 + \frac{(4lx - 4x^2)}{l^2} \cdot 37,25 + \left[\frac{4x^2 - 5lx + l^2}{l^2} \right] \cdot 32,25 + \\ &+ \frac{(4lx - 4x^2)}{l^2} \cdot 30,375 + \left[\frac{4x^2 - 5lx + l^2}{l^2} \right] \cdot 32,25 + \frac{(4lx - 4x^2)}{l^2} \cdot 37,25 + \frac{(2x^2 - lx)}{l^2} \cdot 42,25 = \\ &= \frac{(l^2 - 3lx + 2x^2)}{l^2} \cdot 42,25 + \frac{(4lx - 4x^2)}{l^2} \cdot 104,875 + \frac{(4x^2 - 5lx + l^2)}{l^2} \cdot 64,5 + \frac{(2x^2 - lx)}{l^2} \cdot 42,25, \end{aligned} \quad (14)$$

мұнда ($0 \leq x \leq l$) болады. Бұл өрнектен стержень ұзындығы бойынша температураның градиентін анықтаймыз:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= \frac{(4x - 3l)}{l^2} \cdot 42,25 + \frac{(4l - 8x)}{l^2} \cdot 37,25 + \frac{(8x - 5l)}{l^2} \cdot 32,25 + \frac{(4l - 8x)}{l^2} \cdot 30,375 + \frac{(8x - 5l)}{l^2} \cdot 32,25 + \\ &+ \frac{(4l - 8x)}{l^2} \cdot 37,25 + \frac{(4x - l)}{l^2} \cdot 42,25 = \frac{(4x - 3l)}{l^2} \cdot 42,25 + \frac{(4l - 8x)}{l^2} \cdot 104,875 + \frac{(8x - 5l)}{l^2} \cdot 64,5. \end{aligned} \quad (15)$$

Жылу өрісі әсерінен стержень ұзарады. Термодинамиканың заңдарына сәйкес [1] оның ұзаруы мына формуладан табылады:

$$\Delta l_T = \int_0^L \alpha \cdot T(x) dx, \quad (16)$$

мұнда α кейбір материалдар үшін тұрақты шама болып, оның мәні температураға тәуелді болмауы мүмкін. Ондай материалдар үшін Δl_T -нің мәні келесідей табылады:

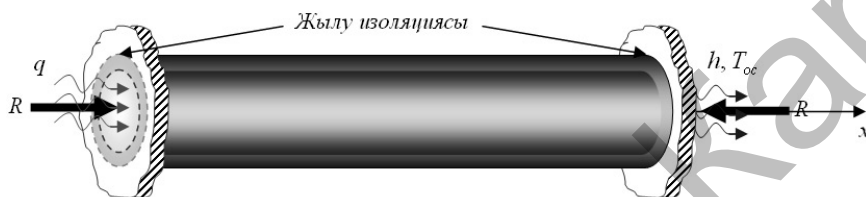
$$\Delta l_T = \alpha \int_0^L T(x) dx. \quad (17)$$

Ал көптеген материалдар үшін α -нің мәні температураға тәуелді болып, бұл тәуелділік әр материал үшін эксперимент арқылы анықталып, $\alpha = \alpha(T(x))$ байланыс анықталады. Ондай

материалдар үшін Δl_T -н мәні (16) өрнектен табылады. Біздің мысалда $\alpha = const$ деп алатын болсақ, онда $T = T(x)$ жылу өрісі әсерінен стерженнің ұзаруы былайша табылады:

$$\begin{aligned} \Delta l_T &= \alpha \int_0^L T(x) dx = \alpha \int_0^L \left\{ \frac{(l^2 - 3lx + 2x^2)}{l^2} \cdot 42,25 + \frac{(4lx - 4x^2)}{l^2} \cdot 104,875 + \frac{(4x^2 - 5lx + l^2)}{l^2} \cdot 64,5 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(2x^2 - lx)}{l^2} \cdot 42,25 \right\} dx = \frac{\alpha l}{6} (42,25 + 419,40 - 64,5 + 42,25) = \\ &= \frac{439,4 \times 0,0000125 \times 10}{6} = 0,00915417 \text{ см.} \end{aligned} \quad (18)$$

Әрине, стержень жылу өрісі әсерінен ұзаруы үшін оның бір шетін мықтап бекітіп, екінші шеті бос болуы қажет. Егерде стерженнің екі шеті де мықтап бекітілген болса, онда стержень жылу өрісі әсерінен ұзара алмайды. Мұндай стерженьдер үшін екі шетінен R сығушы күш пайда болады (5-сур.).



5-сур. Екі шеті бекітілген стерженьде жылу өрісі әсерінен R сығушы күш пайда болған стерженнің бейнесі

Бұл мәселе статистикалық анықталмаған мәселе болғандықтан, R — сығушы күшті анықтау үшін деформациялардың сәйкестік заңынан пайдаланылады [3]. Онда R былайша анықталады:

$$R = -\frac{\Delta l_T E F}{L}. \quad (19)$$

Біздің мысалда R -дің мәнін анықтайық

$$R = -\frac{0,00915417 \times 2 \cdot 10^6 \times \pi}{30} = -1916,27 \text{ кГ}. \quad (20)$$

Егер стерженнің көлденең қима ауданының $F = \pi \text{ см}^2$ екенін ескерсек, онда стержень қимасында пайда болатын термо-серпімділік кернеуін Гук заңына сәйкес табуға болады [3].

$$\sigma = \frac{R}{F} = -610,278 \frac{\text{кГ}}{\text{см}^2}. \quad (21)$$

Онда тағы да Гук заңына сәйкес термо-серпімділік деформациясының мәнін де анықтауға болады

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = -\frac{610,278}{2 \cdot 10^6} = -0,00030514. \quad (22)$$

Сондай-ақ жалпы термодинамиканың заңына сәйкес температуралық деформациясының таралу заңдылығын да табуға болды:

$$\begin{aligned} \varepsilon_T &= -\alpha T(x) = \\ &= -\alpha \left[\frac{(l^2 - 3lx + 2x^2)}{l^2} \cdot 42,25 + \frac{(4lx - 4x^2)}{l^2} \cdot 104,875 + \frac{(4x^2 - 5lx + l^2)}{l^2} \cdot 64,5 + \frac{(2x^2 - lx)}{l^2} \cdot 42,25 \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Онда сәйкес кернеудің стержень ұзындығы бойынша таралу заңдылығы жалпы Гук заңына сәйкес табылады

$$\begin{aligned} \sigma_T &= E \varepsilon_T = -\alpha E T(x) = \\ &= -\alpha E \left[\frac{(l^2 - 3lx + 2x^2)}{l^2} \cdot 42,25 + \frac{(4lx - 4x^2)}{l^2} \cdot 104,875 + \frac{(4x^2 - 5lx + l^2)}{l^2} \cdot 64,5 + \frac{(2x^2 - lx)}{l^2} \cdot 42,25 \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Онда жалпы жылу физикасының заңдарына сәйкес серпімділік деформациясының стержень ұзындығы бойынша таралу заңдылығы төмендегі өрнектен табылады [1]:

$$\varepsilon_x = \varepsilon - \varepsilon_T(x). \quad (25)$$

Ал Гук заңына сәйкес серпімділік кернеуінің стержень ұзындығы бойынша таралу заңдылығы анықталады:

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = \sigma - \sigma_T. \quad (26)$$

Мұнда жоғарыда келтірілген әдіс ерекше әмбебап болып әр түрлі күрделі жылу көздері әсеріндегі серпімділі денелерде болатын термо-механикалық күйлерді анықтау мәселелерін түгелдей шешуге мүмкіндік береді. Бұл әдіс энергияның сақталу заңына негізделгендіктен, алынған нәтижелердің дәлдігі өте жоғары болады. Сондықтан да бұл әдіспен көптеген өзекті инженерлік мәселелерді өте жоғары дәлдікпен шешуге болады.

References

1. *Nostrils V.F.* Course of Thermodynamics. — М.: Prosveshenie, 1967. — 248 p.
2. *Segerlind L.* Application of the finite element method. — М.: Mir, 1979. — 392 p.
3. *Berger I.A., Panovko Y.G.* Durability. Stability. Fluctuations. — Т. 1. — М.: Publishing house «Mechanical engineering», 1968. — 568 p.

УДК 517.5

О проблеме множителей в анизотропных пространствах Лоренца

About the problem of multipliers in the anisotropic Lorentz spaces

Глеуханова Н.Т., Джумабаева А.А.

Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Астана
(E-mail: tleukhanova@rambler.ru)

Анизотропты Лоренц кеңістігінде анықталған көбейткіштер есебі қарастырылған. f функциясының Фурье коэффициенттері $l_{\bar{p}_0\bar{q}_0}$ класына жатқанда, φf функциясының Фурье коэффициенттері анизотропты Лоренц $l_{\bar{p}_1\bar{q}_1}$ класына жататындай «көбейткіш» деп аталатын φ функциясына шарттар зерттелген. Мақалада φ функциясы үшін анизотропты $M_{\bar{p}_0, \bar{q}_0}^{\bar{p}_1, \bar{q}_1}$ класында жататын көбейткіш болуының жеткілікті шарты алынған. Бұл шарттар «анизотропты толық вариация» терминінде анықталған. Дәлелдеуі көп өлшемді Риман-Стилтьес интегралының қасиеттеріне негізделген.

The problem of multipliers defined on the anisotropic Lorentz space is considered, namely we study conditions on the function φ , called a "multiplier" in which the Fourier coefficients φf belong to the class of anisotropic Lorentz $l_{\bar{p}_1\bar{q}_1}$ when the Fourier coefficients f belong to $l_{\bar{p}_0\bar{q}_0}$. We obtained sufficient conditions that multipliers φ belong to space $M_{\bar{p}_0, \bar{q}_0}^{\bar{p}_1, \bar{q}_1}$. These conditions are expressed in terms of anisotropic total variation. The proof is based on the properties of the multidimensional integral Riemann-Stieltjes.

Пусть $\bar{p} = (p_1, p_2)$, $\bar{q} = (q_1, q_2)$ — вектора такие, что, если $0 < q_j < \infty$, то $0 < p_j < \infty$, если же $q_j = \infty$, то $0 < p_j \leq \infty$, $j = 1, 2$. В дальнейшем будем считать, что вектора \bar{p} и \bar{q} удовлетворяют этим условиям.

Пусть $f \in L_1([0, 1]^2)$ и $\{a_{k_1 k_2}(f)\}_{k_1 = -\infty, k_2 = -\infty}^{\infty, \infty}$ — ее последовательность коэффициентов Фурье по тригонометрической системе $\{e^{2\pi i(k_1 x_1 + k_2 x_2)}\}_{k_1 = -\infty, k_2 = -\infty}^{\infty, \infty}$.