$$u\left(\frac{x}{2},\frac{x}{2}\right)+\beta u\left(\frac{l}{2},\frac{x}{2}\right)=F(x).$$

При определённых условиях на α и β и точечных условиях на функции $\tau(x)$, $\gamma(x)$ и $F(x)$ доказаны теоремы существования и единственности решения задачи 1 и задачи 2.

Список использованной литературы

1. Нахушев А. М. О некоторых краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа // Дифференц. уравнения. 1969. Т. 5. № 1. С. 44-59.
2. Нахушев А. М. Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа, 1995. 301 с.
3. Кальменов Т. Ш. О регулярных краевых задачах для волнового уравнения // Дифференц. уравнения. 1981. Т. 17. № 6.
4. Кальменов Т. Ш., Садыбеков М. А. О задаче Дирихле и нелокальных краевых задачах для волнового уравнения // Дифференц. уравнения. 1990. Т. 26. № 1.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ С ВЫРОЖДЕННЫМ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ЧАСТИ ОБЛАСТИ

Балтаева У.И., Саидмуратова Г., Юлдашева Г.У., Султонбоева З.Б.

Хорезмская Академия Маъмуна, Хива, Узбекистан

Ургенческий государственный университет, Ургенч, Узбекистан

E-mail: umida_baltayeva@mail.ru, gavxaroy_yuldasheva@mail.ru

Исследование уравнений смешанного параболо-гиперболического и эллиптико-гиперболическоготипов приобретает особое значения в силу своей теоретической и прикладной важности, где эти уравнения представляют один из самостоятельных и интенсивно развивающихся разделов современной теории дифференциальных уравнений с частными производными.

Теория краевых задач для нагруженных уравнений параболо-гиперболического, эллиптико-гиперболического и параболического типов второго порядка изучены во многих работ. Как нам известно, краевые задачи для нагруженного уравнения смешанного типа с дробными операторами третьего порядка изучены сравнительно мало.

В настоящей работе исследуется краевая задача для нагруженного уравнения [1] третьего порядка с параболо-гиперболическим оператором вида

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(u_{xx}-\frac{1-\operatorname{sgn} y}{2}(-y)^m u_{yy}-\frac{1+\operatorname{sgn} y}{2}u_y\right)=Mu(\theta(x),0), \tag{1}$$

где $Mu(\theta(x),0)=\mu_2 D_{0x}^{\alpha}u(x,0)$, при $y>0$, $Mu(\theta(x),0)=\mu_2 D_{0\xi}^{\beta}u(\xi,0)$, при $y<0$, $D_{0x}^{\gamma}(\gamma=\alpha,\beta)$ - оператор дробного (в смысле Римана-Лиувилля) интегрирования порядка γ при $\gamma<0$, дробного дифференцирования порядка γ при $\gamma>0$ [1] и $D_{0x}^{-\gamma}D_{0x}^{\gamma}f=D_{0x}^{0}f=f(x)$. Предположим, что $\gamma<1$ и коэффициенты μ_1,μ_2 – действительные числа, в области D, ограниченной отрезками AB, BB_0, B_0A_0, A_0A прямых $y=0$, $x=1$, $y=h$, $x=0$ при $y>0$ и характеристиками:

$$AC:\xi=x-\frac{2}{m+2}(-y)^{\frac{m+2}{2}}=0,\quad BC:\eta=x+\frac{2}{m+2}(-y)^{\frac{m+2}{2}}=1,$$

оператора $L_1u=u_{xx}-(-y)^m u_{yy}$, $m=const\geq 0$, выходящими из точки $C\left(\frac{1}{2},y_C\right)$.

Через D_1 и D_2 обозначим параболическую и гиперболическую части смешанной области D, соответственно.

Задача А. Требуется найти функцию $u(x,y)$, обладающую следующими свойствами:

1) $u(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C^1(D)$;

2) $u_x(u_y)-$ непрерывная функция вплоть до $AA_0 \cup AC\ (AC)$;

3) $u(x,y)$ является регулярным решением уравнения (1) в области D при $y \neq 0$;

4) $u(x,y)$ удовлетворяет условиям:

$$u\big|_{x=0} = \varphi_1(y),\ \ u\big|_{x=1} = \varphi_2(y),\ \ u_x\big|_{x=0} = \varphi_3(y),\ \ 0 \le y \le h, \tag{2}$$

$$u\big|_{AC} = \psi_1(x),\ \ \frac{\partial u}{\partial n}\bigg|_{AC} = \psi_2(x),\ \ 0 \le x \le \frac{1}{2}, \tag{3}$$

где n – внутренняя нормаль, $\varphi_1(y), \varphi_2(y), \varphi_3(y)$ и $\psi_1(x), \psi_2(x)$ – заданные действительные функции, причем $\varphi_1(0) = \psi_1(0) = 0,\ \psi'_1(0) = \sqrt{2}\psi_2(0) - 2\varphi'_1(0).$

Имеет место

Лемма. Регулярное решение уравнения (1) (при $y \neq 0$) представляется в виде

$$u(x,y) = v(x,y) + w(x), \tag{6}$$

где $v(x,y)$ – решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(v_{xx} - \frac{1-\operatorname{sgn} y}{2}(-y)^m v_{yy} - \frac{1+\operatorname{sgn} y}{2} v_y\right) = 0,$$

$w(x)$ – решение следующего интегро-дифференциального уравнения

$$w'''(x) - \mu_i w(\theta(x)) = \mu_i v(\theta(x),0). \tag{7}$$

С помощью леммы задача А сводится к интегральному уравнению Вольтерра второго рода со сдвигом. Существование решения задачи доказывается методом интегральных уравнений [2]. И из теории интегральных уравнений следует однозначная разрешимость задачи А.

Список использованной литературы

1. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа. 1995. - 301 с.
2. Балтаева У.И. О некоторых краевых задачах для нагруженных интегро-дифференциальных уравнений третьего порядка с действительными параметрами // Вестник Удмуртского Университета, 2012, Т. 3, -№.3. -С.3-12.

РАЗРЕШИМОСТЬ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Бекиев А.Б.

Каракалпакский государственный университет, г.Нукус, Узбекистан

E-mail: ashir1976@mail.ru

Пусть в области $\Omega = \{(x,t): 0 < x < 1,\ -\alpha < t < \beta\}$ рассмотрим уравнение

$$Lu \equiv u_{xxxx}(x,t) + \operatorname{sgn} t \cdot [u_t(x,t) - u_{tt}(x,t)] + b^2 u(x,t) = 0,$$

где b - заданное число.