2. $g\lambda = \bigcup\{g\delta \mid \delta < \lambda\}$ и $f_\lambda = \bigcup\{f_\delta \mid \delta < \lambda\}$.

3. $f_{\delta+1}$ равна объединению цепи $\{f_\delta^\gamma \mid \gamma < \rho\}$, которая определяется индукцией по γ .

4. $f_{\delta+1}^0 = f_\delta, f_{\delta+1}^\lambda = \bigcup\{f_{\delta+1}^\gamma \mid \gamma < \lambda\}$.

5. Предположим, что $f_1^\gamma : A_{g\delta+\gamma} \to B_{\delta+1}$. Если $f_{\delta+1}^\gamma$ – отображение на, то $\rho = \gamma$. В противном случае в силу Δ -алгебраической простоты $A_{g\delta+\gamma+1}$ можно продолжить $f_{\delta+1}^\gamma$ до

$$f_{\delta+1}^{\gamma+1} : A_{g\delta+\gamma+1} \to B_{\delta+1}.$$

6. $g(\delta+1) = g\delta + \rho$.

Ясно, что $f = \bigcup\{f_\delta \mid \delta < \omega_1\}$ отображает (Δ -погружает) A в B. Так как B - произвольная модель теории *T*, а A – единственная Δ -алгебраически простая и позитивно экзистенционально замкнутая модель в силу условия и построения, то отсюда следует, что $(E_F)^+$ в несчетной мощности имеет единственную модель, значит семантическая модель теории T насыщенна, то есть йонсоновская теория T совершенна. Отсюда следует, что $ModT^* = (E_F)^+$. Следовательно, T^* – ω_1 -категорична.

Литература:

1.Ешкеев А.Р. Йонсоновские теории. (учебное пособие). Караганда: Изд-во КарГУ, 2009. – 250с.

2.Saracino D. Model companion for ω-categorical theories// Proc. Amer. Math. Soc., 1973, 39, P.591-598.

3. A. Macintyre. Model-completeness for sheaves of structures.FundamentaMathematicae, vol. 81 (1973). - pp. 73-89

4. Volker Weispfenning. The model-theoretic significance of complemented existential formulas. The Journal of Symbolic Logic, Volume 46, Number 4, Dec. 1981. - pp. 843 – 849

5.Itay Ben-Yaacov. Positive model theory and compact abstract theories.Journal of Mathematical Logic 3 (2003), no. 1. - pp. 85-118

6.Itay Ben-Yaacov.Compactness and independence in non first order frameworks.Bulletin of Symbolic logic, volume 11 (2005), no. 1. – pp. 28-50

7.Baldwin J.T. Kueker D.W. Algebraically prime models. Ann. Math. Logic.1981, 20.- p. 289-330.

8. Дж. Сакс. Теория насыщенных моделей. – М.: Мир, 1976. – 192 с.

9. Справочная книга по математической логике: В 4-х частях/Под ред. Дж.Барвайса. - Ч.1.Теория моделей: пер. с англ. - М.:Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982, 126с.

МАЛЫЕ МОДЕЛИ ВЫПУКЛЫХ ФРАГМЕНТОВ ЙОНСОНОВСКИХ МНОЖЕСТВ

Ешкеев А.Р., д.ф-м.н., профессор;

Фёдорова Я.А., магистрант; Москаленко О.А., магистрант

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А.Букетова

г. Караганда, Республика Казахстан

В этой статье рассмотрены некоторые виды атомных моделей Δ -M теорий в обогащённой сигнатуре. Для этих теорий приведен критерий $(n+1)$ - Δ -позитивной экзистенциально замкнутой атомности с помощью существования специальных видов атомных моделей. Основным методом исследования данной работы является семантический метод для йонсоновских теорий. Его сущность заключается в переносе теоретико-модельных свойств центра на саму теорию.

Ключевые слова: йонсоновские множества, йонсоновская теория, йонсоновский фрагмент, малые модели, категоричность, выпуклые йонсоновские множества.

Под малыми моделями произвольной йонсоновской теории мы понимаем счетные специальные виды атомных и простых моделей данной теории.

В известной работе [1] Воота была доказана теорема о простой и атомной моделях полной теории. Напомним, что модель теории называется простой, если она элементарно вкладывается в любую модель данной теории, а также модель теории называется атомной, если любой ее конечный кортеж реализует главный тип.

Воот установил следующий факт о простой модели:

(1) модель является простым тогда и только тогда она счетная и атомная;

(2) полная теория имеет простую модель, если [оно удовлетворяет простой синтаксический

(3) полная теория имеет не более одного простой модели (с точностью до изоморфизма).

В работе [2] авторами было рассмотрено понятие алгебраически простой модели и специальные виды атомных моделей. При этом теоремы связывающей понятия алгебраической простоты и атомности, как в случае работы [1], получено не было. Напомним следующие определения:

Определение 1. $\mathfrak{A}$ является алгебраически простой модельюT, если $\mathfrak{A}$ является модельюT и $\mathfrak{A}$изоморфна вкладывается в каждую модель теории T.

Определение 2. Формула $\varphi(\bar{x})$ есть Δ-формула (относительно теории T), если найдутся экзистенциальные формулы $\psi_1(\bar{x})$ и $\psi_2(\bar{x})$ такие, что

$$T \vDash (\varphi \leftrightarrow \psi_1) \text{и } T \vDash (\neg\varphi \leftrightarrow \psi_2)$$

Таким образом, Δ-формулами являются те формулами, которые инвариантны относительно вложений между моделями T.

Определение 3. (i) $(\mathfrak{A}, a_0, \dots, a_{n-1}) \Rightarrow_\Gamma (\mathfrak{B}, b_0, \dots, b_{n-1})$ означает, что для каждой формулы $\varphi(x_0, \dots, x_{n-1})$ из Γ, если в $\mathfrak{A} \vDash \varphi(\bar{a})$, тогда в $\mathfrak{B} \vDash \varphi(\bar{b})$.

(ii) $(\mathfrak{A}, \bar{a}) \equiv_\Gamma (\mathfrak{B}, \bar{b})$ означает, что $(\mathfrak{A}, \bar{a}) \Rightarrow_\Gamma (\mathfrak{B}, \bar{b})$и $(\mathfrak{B}, \bar{b}) \Rightarrow_\Gamma (\mathfrak{A}, \bar{a})$.

Определение 4.

Формула $\varphi(x_1, \dots, x_n)$ полная для Δ-формул (относительно теории T), если φ совместна с T и для каждой формулы $\psi(x_1, \dots, x_n)$ в Γ, имеющей не более свободных переменных, чем вφлибо

$$T \vDash \forall\bar{x}(\varphi \to \psi) \text{или } T \vDash \forall\bar{x}(\varphi \to \neg\psi).$$

$\varphi(\bar{x})$ является полной формулой для Δ-формул, это равносильно тому, что всякий раз, когда $\psi(\bar{x})$ из Γ и $(\varphi \wedge \psi)$совместна сT, то $T \vDash (\varphi \to \psi)$.

Определение 5. $\mathfrak{A}$ является (Γ_1, Γ_2)- атомной моделью для T, если $\mathfrak{A}$ является моделью T и для каждого n, каждый Δ-набор элементов A удовлетворяет в $\mathfrak{A}$ какой-то формуле Γ_1,который является полной формулой для Γ_2-формул.

Определение 6. $\mathfrak{A}$является слабой(Γ_1, Γ_2)-атомной моделью, Tесли $\mathfrak{A}$ является модельюT и для каждого n, каждый nкортеж$\bar{a}$ элементов A удовлетворяет в $\mathfrak{A}$ некоторой формуле$\varphi(\bar{x})$изΓ_1 такой, что $T \vDash \forall\bar{x}(\varphi \to \psi)$ всякий раз когда $\psi(\bar{x})$ в Γ_2и $\mathfrak{A} \vDash \psi(\bar{a})$.

В дальнейшем под Γ рассматриваются экзистенциальные или универсальные формулы. Мы будем работать с йонсоновскими теориями и их с позитивными случаями. Такие теории, вообще говоря, неполны. Как правило, мы ограничиваем себя, как минимум экзистенциальной полнотой теории и мы работаем в счетном языке.

Пусть задан произвольный счетный язык L .

Теория T называется йонсоновской, если:

1) Теория T имеет бесконечные модели;

2) Теория T индуктивна;

3) Теория T обладает свойством совместного вложения (JEP);

4) Теория T обладает свойством амальгамы (AP).

Йонсонская теория Т называется совершенной теорией, если семантическая модель насыщенна.

Пусть Т-йонсоновская совершенная теория полная для экзистенциальных предложений в языке L и ее семантические модель есть C.

Мы говорим, что множество $X - \Sigma -$ определимо, если оно определимо некоторой экзистенциальной формулой.

Следующее определение взято из [3]

Множество X называется йонсоновским в теории T , если оно удовлетворяет следующим свойствам:

3) X есть Σ −определимое подмножество C;

4) dcl (X) есть носитель некоторой экзистенциально-замкнутой подмодели C.

Напомним основные определения из работы [4], связанные с понятием выпуклости произвольной теории и ядерности моделей таких теории.

Определение 7. Теория T называется выпуклой,если для любой ее модели $\mathfrak{A}$ и для любого семейства $\{\mathfrak{B}_i | i \in I\}$ ее подструктур, которые являются моделями теории T, пересечение $\bigcap_{i\in I} \mathfrak{B}_i$ есть модель теории T. При этом предполагается, что это пресечение не пусто. Если это пересечение никогда не пусто, то теория называется сильно выпуклой.

Определение 8. Если теория сильно выпукла, то пересечение всех ее моделей содержится в некоторой ее модели.

Эта модель называется ядерной моделью этой теории.

Определение 9. Модель сигнатуры данной теории (в дальнейшем структура) называется ядерной, если она изоморфна единственной подструктуре каждой модели данной теории.

Понятно, что любая ядерная модель является алгебраически простой в силу своего определения.

На данный момент достаточно хорошо изученными являются совершенные йонсоновские теории. Для них был доказан критерий совершенности [5], что позволило получить многие теоретико-модельные факты относительно йонсоновской теории и ее центра. Имеются полные описания как центра таких теорий так и классов их моделей.

Если в случае изучения полных теорий мы имеем в основном дело с двумя объектами, это сама теори и ее модели, то в случае изучения йонсоновской теории мы в качестве моделей рассматриваем класс эзистенциально замкнутых моделей рассматриваемой теории.

Дадим определения йонсоновского фрагмента:

Будем говорить, что все ∀∃-следствия произвольной теории образуют йонсоновский фрагмент этой теории, если дедуктивное замыкание этих ∀∃ - следствий есть йонсоновская теория.

В силу того, что это не всегда верно, было бы интересно уметь выделять у произвольной теории такую часть, которая будет йонсоновской теорией. Такая задача имеет место быть, хотя бы в силу того, что морлизация произвольной теории нам это обеспечивает, более того, полученная теория совершенна[6].

Другой путь это использование такого факта, что любая счетная модель индуктивной теории обязательно вложится изоморфно в некоторую экзистенциально замкнутую модель рассматриваемой теории [6] .Далее рассматриваем все ∀∃- предложения истинные в этой модели. Тогда в случае йонсоновской теории хорошо известен тот факт, что ∀∃ -предложения истинные в данной экзистенциально замкнутой модели образуют йонсоновскую теорию.

Полученная в этом случае йонсоновская теория будет называться йонсоновским фрагментом соответствующего йонсоновского множества. Понятно, что мы можем проводить исследование йонсоновских фрагментов относительно связи с первоначальной теорией, что является новой постановкой задачи исследовании йонсоновских теорией. В случае если этот фрагмент является выпуклой теорией, то мы будем говорить о выпуклом фрагменте.

Основной задачей данной статьи является следующая задача: найти теоретико-модельные свойства, характеризирующие некоторые виды малых моделей у рассматриваемых теорий.

Напомним, что йонсоновская теория T имеет семантическую модель $\mathfrak{C}$ достаточно большой мощности. Если эта модель является насыщенной, то данная йонсоновская теория называется совершенной. Семантические модели совершенной йонсоновской теории однозначно определяются своей мощностью. Далее, так как мы буде иметь дело с совершенными йосоновскимим теориями, то нам удобно работать внутри некоторой большой семантической экзистенциально замкнутой модели, содержащей все остальные экзистенциально замкнутые модели рассматриваемой совершенной йонсоновской теории. Назовем эту модель универсальной экзистенциальной областью (УЭО).

Ее можно также охарактеризовать следующими условиями.

1. Каждая модель данной теории изоморфна вложима в $\mathfrak{C}$.

2. Каждый изоморфизм между двумя подмоделями продолжается до автоморфизма модели $\mathfrak{C}$.

Мы будем рассматривать не все подмножества $\mathfrak{C}$, а только йонсоновские подмножества.

В рамках изучения йонсоновских теорий первым автором был определен и рассмотрен новый класс $\Delta - PJ-$ теорий (см.[5]). Причем при некоторых фиксированных Δ мы получаем йонсоновские теории, устойчивые относительно гомоморфизмов.

Пусть L - язык первого порядка. At – есть множество атомарных формул данного языка. $B^+(At)$ – замкнутое множество относительно позитивных булевых комбинаций (конъюнкция и дизъюнкция) всех атомарных формул, их подформул и замены переменных. $Q(B^+(At))$ – есть множество формул в пренексном нормальном виде полученное с помощью применения кванторов ($\forall$ и $\exists$) к $B^+(At)$. Назовем формулу позитивной, если она принадлежит множеству $Q(B^+(At)) = L^+$. Теория называется позитивно аксиоматизируемой, если ее аксиомы позитивны. $B(L^+)$ – это произвольная булева комбинация формул из L^+ .

В работе [7] был введен класс теорий, который в пересечении с классом йонсоновских теорий, обобщает его, а также содержит обобщенные йонсоновские теории, введенные в [8].

Напомним определение этого класса.

Определение. Теория T называется Δ -позитивно мустафинской (Δ - PM)-теорией, если

1) теория T имеет бесконечные модели,

2) теория T является Π^+_{n+2} –аксиоматизируемой,

3) теория T допускает Δ - JEP,

4) теория T допускает Δ - AP .

В работах [5],[7],[10], были рассмотрены различные теоретико-модельные свойства Δ - PM теорий.

Мы можем рассмотреть некоторые теоретико-модельные свойства подкласса Δ - PM теорий, а именно (Δ-М-)теорий (Δ-мустафинские) счетного языка первого порядка. Это теории которые получаются из Δ -позитивно мустафинских заменой в определении теорий Δ-продолжений на Δ-погружения.

Интересно рассмотреть связь малых и экзистенциально замкнутых моделей для выпуклого фрагмента йонсоновского подмножества сематической модели данной теории.

Дадим необходимые определения, связанные с обогащением сигнатуры Δ -М - теории. Пусть T есть произвольная Δ -М - теория в языке первого порядка сигнатуры σ . Пусть C является семантической моделью теории T . $A \subseteq C$. Пусть $\sigma_\Gamma(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma$, где $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$. Пусть $T_\Gamma^{PM}(A) = Th_{\Pi^+_{\alpha+2}}(C,a)_{a\in A} \cup \{P(c_a) | a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{"P \subseteq"\}$, где $\{"P \subseteq"\}$ есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа P есть экзистенциально-замкнутая подмодель в языке сигнатуры σ .

Рассмотрим все пополнения центра T^* теории T в новой сигнатуре σ_Γ , где $\Gamma = \{c\}$. Следующий факт позволяет работать с позитивными обобщениями йонсоновских теорий в обогащённой сигнатуре. Заметим (*) (взято из [10]), что если теория T Δ -М -йонсоновская, то в обогащенном языке относительно условий теоремы, центр T^* будет таким же, т.е. Δ -М -теорией. Это достигается следующим образом: константы будут переходить в образы констант, реализация предиката в образ реализации. Необходимые образы получаются за счет соответствующих отображений, которые нам обеспечивают условия $\Delta - JEP$ и $\Delta - AP$ из Δ -М-йонсоновсти изначальной теории T . Далее, в силу того, что по условию T совершенна как α -йонсоновская теория, то T^* -является Δ -М -теорией.

Тогда существует ее центр и он является одним из пополнений теории T^* в обогащенном языке.

Следующий результат является обобщением результатов 5.3 из [6] и 3.2 из [9] и 1 из [11] .

Теорема 1.

Пусть T совершенная, выпуклая, α -йонсоновская Δ -М-теория, полная относительно Π^+_{n+2} . Пусть F выпуклый фрагмент произвольного йонсоновского подмножества семантической модели T, тогда каждая $(\Sigma_{n+1}^{+},\Sigma_{n+1}^{+})$ -атомная модель T^{*} -центра F, принадлежит $E_{n+1}^{+}(T^{*})$, где T^{*} центр теории T в языке сигнатуры $\sigma_{\Gamma}(A)$.

Доказательство. В силу выше указанной (*) нам достаточно заметить, что класс позитивно экзистенциально замкнутых моделей в условиях нашей теоремы как для самой теории так и для её центра в обогащённой сигнатуре совпадают, а значит мы можем повторить рассуждения из [9]. По определению позитивно экзистенциальной замкнутости нужно показать, что если A, B такие две модели теории T , что для каждого Δ -гомоморфизма $h: A \xrightarrow[\Delta]{} B$ и любых $\bar{a} \in A$ и $\varphi(\bar{x},\bar{y}) \in \Delta$ $B \models \exists\bar{y}\varphi(h(\bar{a}),\bar{y})$, то верно, что $A \models \exists\bar{y}\varphi(\bar{a},\bar{y})$. В частности, $A \subseteq_{\Pi_n^+} B$, $\bar{a} \in A$, $\varphi(\bar{x}) \in \Sigma_{n+1}^{+}$, $B \models \varphi(\bar{a})$. Предположим, что $\theta(\bar{x})$ - такая $(\Sigma_{n+1}^{+},\Sigma_{n+1}^{+})$ -полная формула, что $A \models \theta(\bar{a})$. Тогда $B \models \theta(\bar{a})$. Поэтому $B \models \theta(\bar{a}) \to \varphi(\bar{a})$. Следовательно, неверно $T \vdash \theta(\bar{x}) \to \neg\varphi(\bar{x})$. Тогда $T \vdash \theta(\bar{x}) \to \varphi(\bar{x})$. Значит, $A \models \varphi(\bar{a})$.

Следующий результат является обобщением результатов 5.5 из [6] и 2 из[11].

Теорема 2.

Пусть T совершенная, выпуклая, α -йонсоновская - Δ -М-теория, полная относительно Π_{n+2}^{+} Пусть F выпуклый фрагмент произвольного йонсоновского подмножества семантической модели T и T^{*} есть центр теории F в языке сигнатуры $\sigma_{\Gamma}(A)$.

Тогда следующие условия эквивалентны: 1) теория T^{*} является $(n+1)$ - Δ -позитивно экзистенциальной атомной;

2) теория T^{*} имеет счетную $(\Sigma_{n+1}^{+},\Sigma_{n+1}^{+})$ -атомную модель.

Доказательство. В силу выше указанной (*) нам опять же достаточно заметить, что класс позитивно экзистенциально замкнутых моделей в условиях нашей теоремы как для самой теории так и для её центра в обогащённой сигнатуре совпадают, и мы можем повторить рассуждения из [9] лишь только с той разницей ,что надо заботиться о сохранении свойств Δ - JEP и Δ - AP в обогащённой сигнатуре, а это следует из рассуждений подобно работе [10], а также как и в [13] мы используем тот факт, что Δ можно рассмотреть, как наименьший позитивный фрагмент, т.е. замкнутое множество бескванторных формул. Далее, основное утверждение следует из соответствующей теоремы об опускании позитивных типов и того факта, что Δ -М-теория допускает по определению Δ - JEP.

Все неопределенные в этой статье определения понятий, а также более полную информацию о йонсоновских теориях и их позитивных обобщениях можно прочитать в [5].

Литература:

[1] Vaught R. Denumerable models of complete theories in InfinitisticMethode, Pergamon. London, p. 303-321

[2] John T. Baldwin, David W.Kueker. Algebraically prime models. Annals of Mathematical Logic 20 (1981). P. 289-330.

[3] Yeshkeyev A.R Jonsson sets and some of their model-theoretic properties International Congress of Mathematicians

[4] Kueker D.W. Core structures for theories// Fundamenta Mathematicae LXXXIX (1975). - P.154 – 171

[5] ЕшкеевА.Р.Йонсоновские теории. – Караганда: КарГУ,2009. – 250с.

[6] Справочная книга по математической логике: В 4-х частях/Под ред. Дж.Барвайса. - Ч.1.Теория моделей: пер. с англ. - М.:Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982, 126с.

[7] Ешкеев А.Р. Счетная категоричность Δ - PM -теорий. Тезисы. 12-ая Межвузовская конференция по математике, механике и информатике Алматы, 2008 г.

[8] Мустафин Т.Г. Обобщенные условия Йонсона и описание обобщенно-йонсоновских теорий булевых алгебр. Математические труды, 1998, том 1, №2, 135-197

[9] Vaught R. L. Denumerable models of complete theories. – In: Infinitistic Methods. London: Pergamon, 1961.

[10] Ешкеев А.Р. О йонсоновской стабильности и некоторых её обобщениях. Фундаментальная и прикладная математика:, Вып.8, МГУ,ЦНИТ, 2008.- С.117-128.

[11] Ешкеев А.Р., Мейрембаева Н.К. Свойства $(\Sigma_{n+1}^{+}, \Sigma_{n+1}^{+})$ -атомных моделей T - Δ - PM -теории. Вестник КазНУ. - Серия математика, механика, информатика, № 3, Специальный выпуск. – 2008.- С. 74-77.
[12] А.Р.Ешкеев Категоричные позитивные теории, Синтаксис и семантика логических систем // Материалы российской школы-семинара, посвященной 100 летию – со дня рождения Курта Геделя, 23-27 август 2006 г., Иркутск, Институт математики СО РАН, Изд-во гос. Пед. Ун-т, 2006, 124 с., - С. 28-32
[13] Itay Ben-Yaacov. Positive model theory and compact abstract theories.- Journal of Mathematical Logic 3 (2003), no. 1, 85-118.
[14] Itay Ben-Yaacov. Compactness and independence in non first order frameworks. - Bulletin of Symbolic logic, volume 11 (2005), no. 1, 28-50.

О КОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ НАГРУЖЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

Жамалова Ж.Т., магистрант; Мергембаева А.Ж., магистрант;
Хайркулова А.А., студент
Карагандинский государственный университет им. академика Е.А.Букетова
г. Караганда, Республика Казахстан

В работе рассматривается первая краевая задача для нагруженного уравнения теплопроводности, в четверти плоскости. Нагруженное слагаемое является дробной производной порядка ν , $0<\nu<1$, на многообразии $x=t$.

Показано, что эта краевая задача имеет единственное решение при $\forall\lambda \in \mathbb{C}$, являющегося коэффициентом при нагруженном слагаемом.

Ключевые слова: нагруженное уравнение теплопроводности, краевая задача, интегральное уравнения Вольтерра.

В работе рассматривается краевая задача для одномерного по пространственной переменной нагруженного уравнения теплопроводности в четверти плоскости. Общее определение нагруженных дифференциальных операторов (уравнений) было в работах А.М.Нахушева [1] - [3].

Заданное в $n-$мерной области Ω евклидова пространства R^n точек $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ (матричное или скалярное) уравнение

$$Au(x) = f(x), \qquad x \in \Omega \tag{1}$$

называется нагруженным, если оно содержит след некоторых операций от искомого решения $u(x)$ на принадлежащих замыканию $\overline{\Omega}$ области Ω многообразиях, размерность которых строго меньше n.

Нагруженное уравнение (1) называется нагруженным дифференциальным уравнением в области $\Omega \subset R^n$, если оно содержит, хотя бы одну производную от искомого решения $u(x)$ на принадлежащих многообразиях ненулевой меры.

В работах [4] - [8] содержатся различные применения нагруженных уравнений как метода исследования задач математической физики, математического моделирования, физики фракталов, теории упругих оболочек, математической биологии и др.

В работе [3] отмечено, что в основе математических моделей нелокальных физико-биологических процессов фрактальной организации, как правило, лежат нагруженные дифференциальные уравнения с частными производными дробного порядка [6], [7].

Пусть $R_+ = (0, \infty)$. Рассмотрим в области $Q = \{(x,t), x \in R_+, t \in R_+ \}$ следующую краевую задачу:

$$L_\lambda u = f \iff \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \lambda [D_x^\nu u(x,t)]|_{x=t} = f(x,t) \\ u(x,0) = 0, \qquad u(0,t) = 0. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь $D_x^\nu u$ - нагруженное слагаемое - дробная производная Римана-Лиувилля функции $u(x,t)$ по переменной x порядка ν, которая определяется равенством