УДК 517.928

С.Каримов[1], И.Бектеналиев[1], Б.Т.Калимбетов[2]

[1]Ошский государственный университет, Республика Кыргызстан;
[2]Международный казахско-турецкий университет им. Х.А.Ясауи, Туркестан (E-mail: bkalimbetov@mail.ru)

Равномерные приближения решения сингулярно возмущенных систем дифференциальных уравнений в особо критическом случае

В статье построены приближенные решения сингулярно возмущенной дифференциальной системы в особо критическом случае. Существование и единственность решения исходной задачи строятся методом последовательных приближений. При этом собственные значения переменной матрицы имеют нули и изменение независимого переменного не влияет на их порядок. Приведена сходимость последовательных приближений в классе непрерывных функций. Доказана сходимость приближенных решений к точному с любой степенью точности.

Ключевые слова: сингулярно возмущенные уравнения, асимптотический ряд, равномерная сходимость, собственные значения.

Рассматривается сингулярно возмущенная задача:

$$\varepsilon\frac{dx(t,\varepsilon)}{dt}=D(t)x(t,\varepsilon)+\varepsilon\left[f(t)+B(t)x(t,\varepsilon)\right]+g\left(t,x(t,\varepsilon)\right); \qquad (1)$$

$$x(t_0,\varepsilon)=x^0(\varepsilon),\quad \left\|x^0(\varepsilon)\right\|=O(\varepsilon), \qquad (2)$$

где $D(t)$ — жорданова форма некоторой первоначально заданной матрицы-функции $A(t)$, которая имеет собственные значения $\lambda_k(t),\ k=1,2;$ $f(t)=colon\left(f_1(t),f_2(t)\right);$ $B(t)=(b_{kj}(t))_1^{\,2};$ $\varepsilon>0$ — малый параметр; $[t_0,T_0]$ — отрезок действительной оси, $t_0<T_0;$ $g\left(t,x(t,\varepsilon)\right)=colon\left(g_1(t,x),g_2(t,x)\right),$ $g(t,0)\equiv 0;$ открытый круг радиуса $r\geq\dfrac{|T_0-t_0|}{2}+d$ с центром в точке $\left(\dfrac{T_0+t_0}{2},0\right);$ $t\in S_r;$ $\Delta(t,x)=\left\{(t,x)=(t,x_1,x_2):t\in S_r,\ \ t\in S_r,\ \left|x_j\right|<\delta,\ j=1,2,\ \ 0<\delta-const\right\};$ $\Phi(S_r)$ — пространство аналитических функций в S_r.

Решение задачи (1) – (2) $x(t,\varepsilon)=colon\left(x_1(t,\varepsilon),x_2(t,\varepsilon)\right)$ ищем в классе $x_k(t,\varepsilon)\in\Phi(S_r),\ k=1,2,$ по t .

Будем предполагать выполнение следующих условий:

(i) $\lambda_k(t)\in\Phi(S_r);$ $f_k(t)\in\Phi(S_r);$ $b_{kj}(t)\in\Phi(S_r);$ $g_k(t,x)\in\Phi\left(\Delta(t,x)\right),\ \ k,j=1,2;$

в области $\Delta(t,x)$ имеет место неравенство $\left\|g(t,x)-g(t,\tilde{x})\right\|\leq M\left\|x-\tilde{x}\right\|\left(max\left\{\|x\|,\|\tilde{x}\|\right\}\right)^{\beta}$, где $0<M$, $\beta\geq 1;$

(ii) $\lambda_1(t)=\alpha(t)+i\beta(t);\ \lambda_2(t)=\alpha(t)-i\beta(t),$ где $\alpha(t),\beta(t)$ — действительные функции, причем $\alpha(t)<0$ при $t_0\leq t<a_0;$ $\alpha(t)>0$ при $a_0<t\leq T_0;$ $\alpha(a_0)=0,$ но $\beta(a_0)\neq 0.$

В настоящей работе рассматривается случай, когда собственные значения матрицы-функции $A(t)$ имеют нули на границе рассматриваемой области H_0, где

$$H_0=\left\{(t_1,t_2):\ u_k(t_1,t_2)=Re\int_{t_0}^{t}\lambda_k(s)ds\leq 0,\quad k=1,2\right\},\quad t=t_1+it_2;\ \ t_1,t_2 \text{ — действительные переменные.}$$

Пусть $\lambda_1(t)$ имеет n кратный нуль в точке $t=a+ib$: $\lambda_1^{(k)}(a+ib)=0,\ k=\overline{0,m-1},\ \lambda_1^{(n)}(a+ib)\neq 0.$ Не нарушая общности, можно считать, что $a=0,\ b=1.$ Тогда

$$\lambda_1(t)=(t+i)^n\left[a_0+a_1(t+i)+\ldots\right],\ \text{где}\ a_0\neq 0,\ \ n\geq 1.$$

Пусть

$$w_1(t) = (t+i)^{n+1}\left[\frac{a_0}{n+1} + \frac{a_1}{n+2}(t+i) + \frac{a_2}{n+3}(t+i)^2 + ...\right],$$

$$a_n = \rho_n e^{i\psi_n},\ \ n = 0,1,2,...,\ \ t+i = \tilde{r}e^{i\tilde{\varphi}},\ \ r+i = re^{i\varphi}.$$

Тогда

$$\int\limits_{t_0}^{t}\lambda_1(s)ds = w_1(t) - w_1(t_0);$$

$$w_1(t) = u_1(t_1,t_2) + iv_1(t_1,t_2) = u_1(\tilde{r},\tilde{\varphi}) + iv_1(\tilde{r},\tilde{\varphi});$$

$$u_1(\tilde{r},\tilde{\varphi}) = \tilde{r}^{n+1}\left\{\frac{\rho_0}{n+1}\cos\left[(n+1)\tilde{\varphi}+\psi_0\right] + \frac{\rho_1\tilde{r}}{n+2}\cos\left[(n+2)\tilde{\varphi}+\psi_1\right] + ...\right\}.$$

Так как функция $\cos\left[(n+1)\tilde{\varphi}+\psi_0\right]$ при изменении $\tilde{\varphi}$ от 0 до 2π меняет знак $2(n+1)$ раз, то из $u_1(\tilde{r},\tilde{\varphi}) = 0$ следует, что окрестность точки (0, -1) разбивается на $2(n+1)$ криволинейных сектора, внутри которых функция $u_1(\tilde{r},\tilde{\varphi})$ сохраняет знак. Границы этих секторов определяются из решения уравнения $u_1(\tilde{r},\tilde{\varphi}) = 0.$ Секторы, в которых $u_1(\tilde{r},\tilde{\varphi}) < 0,$ будем называть отрицательными, а секторы в которых $u_1(\tilde{r},\tilde{\varphi}) > 0,$ — положительными.

Пусть имеется отрицательный сектор, содержащий отрезок $[t_0,T_0],$ $(t_0 < T_0)$ действительной оси, причем справедливо равенство

$$u_1(t_0,0) = u_1(T_0,0) = 0.$$

S — правый или левый положительный сектор, лежащий рядом с отрицательным сектором. В окрестности точки $(0,-1)$ отрицательный сектор для $Re\lambda_1(t)$ имеет угол $\frac{2\pi}{2n} = \frac{\pi}{n},$ а для $u_1(\tilde{r},\tilde{\varphi})$ — угол $\frac{2\pi}{2(n+1)} = \frac{\pi}{n+1} < \frac{\pi}{n}.$ Поэтому если правый образующий некоторый отрицательный сектор для $Re\lambda_1(t)$ проходит через точки $(a_0,0),$ $(t_0 < a_0 < T_0),$ то левый образующий этот отрицательный сектор проходит через точки $(\tilde{t}_0,0)$, где $(\tilde{t}_0 < t_0).$ Далее правый образующий следующего положительного сектора для $Re\lambda_1(t)$ проходит через точки $(\tilde{T}_0,0)$, где $\tilde{T}_0 > T_0,$ т.е. $\alpha(t) < 0$ при $t_0 \le 0 < a_0;$ $\alpha(t) > 0$ при $a_0 < t \le T_0;$ $\alpha(a_0) = 0$, но $\beta(a_0) \ne 0$ (по предположению, $\lambda_1(t)$ имеет n кратный нуль в точке $(0,-1).$

В этой работе рассмотрим случай, когда $(0,1) \in H_0$ (следовательно, $(0,-1) \in H_0$).

Если линии уровня $u_1(t_1,t_2) = C \le 0$ полностью покрывают рассматриваемый отрицательный сектор, то, естественно, можно ожидать, что остальные секторы тоже полностью покроются соответствующими линиями уровней $u_1(t_1,t_2) = C - const$. Не всегда существует линия уровня, соединяющая точки отрезков $\left[t_0,a_0\right),\left(a_0,T_0\right]$. Некоторые достаточные условия существования линии уровня приведены в работе [1].

(iii) Мы предполагаем, существование линии уровня, соединяющей любую точку отрезка $[t_0,a_0)$ с некоторой точкой отрезка $(a_0,T_0]$ и будем считать, что, если $(\tilde{r},\tilde{\varphi}) \in H_0,$ то отрезок $p = p\left((0,0),(\tilde{r},\tilde{\varphi})\right) \subset H_0$. Существует $0 < \delta_0 << 1$ такое, что из $(\delta_0,\tilde{\varphi}) \in S$ следует $(\tilde{r},\tilde{\varphi}) \in S$ при $0 \le \tilde{r} \le \delta_0$. Кроме того, если путь интегрирования проходит через положительный сектор, то путь интегрирования проходит частично по линиям уровней этого положительного сектора.

Вместо задачи (1)–(2) будем рассматривать эквивалентную интегро-дифференциальную уравнению:

$$x(t,\varepsilon)=E(t,t_0,\varepsilon)x^0(\varepsilon)+\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)\left[B(\tau)x(\tau,\varepsilon)+f(\tau)\right]d\tau+\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)g\left(\tau,x(\tau,\varepsilon)\right)d\tau, \qquad (3)$$

где $E(t,\tau,\varepsilon)=exp\left\{\dfrac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}D(s)ds\right\}.$

Алгоритм, предложенный в работах [1, 2], позволяет нам определить (рекуррентно) функции:

$$x^{(0)}(t,\varepsilon)\equiv 0;$$

$$x^{(1)}(t,\varepsilon)=E(t,t_0,\varepsilon)x^0(\varepsilon)+\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)f(\tau)d\tau;$$

$$. \qquad . \qquad .$$

$$x^{(k+1)}(t,\varepsilon)=\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)B(\tau)x^{(k)}(\tau,\varepsilon)d\tau+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}E(t,\tau,\varepsilon)\left[g\left(\tau,X^{(k)}(\tau,\varepsilon)\right)-g\left(\tau,X^{(k-1)}(\tau,\varepsilon)\right)\right]d\tau; \qquad (4)$$

$$X^{(k)}(\tau,\varepsilon)=\sum_{m=0}^{k}x^{(m)}(t,\varepsilon),\ \ k=1,2,...$$

Очевидно, что $x^{(1)}(t,\varepsilon)$ определяется из (3) как обычное первое приближение, а $x^{(k)}(t,\varepsilon),\ k=2,3,...$ не является обычным последовательным приближением. Тогда решение задачи (1)-(2) представимо в виде:

$$x(t,\varepsilon)=x^{(1)}(t,\varepsilon)+x^{(2)}(t,\varepsilon)+...+x^{(k)}(t,\varepsilon)+... \qquad (5)$$

Следующий этап заключается в том, как построить мажорантный сходящийся ряд для функционального ряда (5) при $0<\varepsilon\le\varepsilon_0-const;\ t_0\in H_0$.

Заметим, что $x^{(n)}(t,\varepsilon)\in\hat{O}(H_0)$, где $H_0=\{(t_1,t_2):u_k(t_1,t_2)\le 0;\ k=1,2\}$.

Пусть $\delta(\varepsilon)=\varepsilon\ \ln\varepsilon$ при $0<\varepsilon\le e^{-1}$ и $\delta(0)=0$; δ_0 — постоянное, причем

$$0<\delta_0<<1;\ \ r_0=\sqrt{1+t_0^2};\ \ R_0=\sqrt{1+T_0^2};\ \ m=\frac{1}{n+1}.$$

Отрезок прямой, соединяющей точку (a,b) с точкой (c,d), обозначим через $p=p\left((a,b),(c,d)\right)$, отрезок линии уровня, соединяющей точки (R_1,φ') с точкой (R_2,φ'') через $k=k\left((R_1,\varphi'),(R_2,\varphi'')\right)$, отрезок дуги с центром в точке (0,-1), соединяющей точки (R,φ') с точкой (R,φ'') через $d=d\left((R,\varphi'),(R,\varphi'')\right)$.

Пусть $u_1(r_0,\varphi_{01})=0$, причем $u_1(\tilde r,\tilde\varphi)<0$ при $\tilde\varphi\in(\varphi_{01},\varphi_{01}')$. На линии уровня $u_1(\tilde r,\tilde\varphi)=-\varepsilon^m$ возьмем точки $(\tilde r,\tilde\varphi_1),(\tilde r,\tilde\varphi_1')$, лежащие, соответственно, в левой и правой ветвях; аналогично, на линии уровня:

$$u_1(\tilde r,\tilde\varphi)=0 \text{ точки } (\tilde r,\tilde\varphi_{01}),(\tilde r,\tilde\varphi_{01}'), \text{ на линии уровня;}$$

$$u_1(\tilde r,\tilde\varphi)=-\delta_0 \text{ точки } (\tilde r,\tilde\varphi_2),(\tilde r,\tilde\varphi_2'), \text{ на линии уровня;}$$

$$u_1(\tilde r,\tilde\varphi)=-\delta_0(\varepsilon) \text{ точки } (r_0,\varphi_1),(\tilde r,\varphi_2),(\delta_0,\varphi_3),(\tilde r,\varphi_2'),(\delta_0,\varphi_3');$$

$$k_1=k\left((r_0,\varphi_1),(\tilde r,\varphi_2)\right),\ \ k_2=k\left((r_0,\varphi_1),(\delta_0,\varphi_3)\right),\ k_2'=k\left((\tilde r,\varphi_2'),(\delta_0,\varphi_3')\right);$$

$$d_1=d\left((r_0,\varphi_{01}),(r_0,\varphi_1)\right),\ \ d_2=d\left((\tilde r,\varphi_2),(\tilde r,\tilde\varphi)\right),\ \ d_3=d\left((\tilde r,\varphi_2'),(\tilde r,\tilde\varphi)\right);$$

$$p_1=p\left((\delta_0,\varphi_3),(0,0)\right),\ \ p_1'=p\left((\delta_0,\varphi_3'),(0,0)\right),\ \ p_2=p\left((0,0),(\tilde r,\tilde\varphi)\right).\ \ d_1=d\left((r_0,\varphi_{01})\right).$$

Для $x_1^{(1)}(t,\varepsilon)$ путь интегрирования l_1 будем выбирать следующим образом:

– если $u_1(\tilde r,\tilde\varphi)\le\delta(\varepsilon)$ или $u_1(\tilde r,\tilde\varphi)\le 0$ и $\tilde r\le\delta(\varepsilon)$ или $\tilde r\ge\varepsilon^m$ и $u_1(\tilde r,\tilde\varphi)\le-\varepsilon^{1-m}$, то $l_1=d_1\cup k_2\cup p_1\cup p_2$;

– если $u_1(\tilde r,\tilde\varphi)\le 0$ и $\varepsilon^m \le \tilde r$, $\tilde\varphi\in[\tilde\varphi_{01},\tilde\varphi_2]$, то $l_1 = d_1\cup k_2\cup d_2$;

– если $u_1(\tilde r,\tilde\varphi)\le 0$ и $\varepsilon^m \le \tilde r_0$, $\tilde\varphi\in[\tilde\varphi'_{01},\tilde\varphi'_2]$, то $l_1 = d_1\cup k_2\cup p_1\cup p'_1\cup k'_2\cup d_3$.

Для $x_2^{(1)}(t,\varepsilon)$ путь интегрирования $\tilde l_1$ симметричен для l_1 относительно действительной оси.

Справедливы следующие оценки:

$$\left|x_1^{(1)}(t,\varepsilon)\right| = \left|x_1^{(1)}(\tilde r,\tilde\varphi,\varepsilon)\right| = O\left(\omega(\tilde r,\tilde\varphi)\right);$$

$$\left|x_2^{(1)}(t,\varepsilon)\right| = \left|x_2^{(1)}(\tilde r,\tilde\varphi,\varepsilon)\right| = O\left(\tilde\omega(\tilde r,\tilde\varphi)\right),$$

где $\omega(\tilde r,\tilde\varphi)=\begin{cases}\varepsilon, & \text{при } (\tilde r,\tilde\varphi)\in H_1;\\ \varepsilon^m, & \text{при } (\tilde r,\tilde\varphi)\in(H_0\setminus H_1;\end{cases}$

$H_1=\{(\tilde r,\tilde\varphi): u_k(\tilde r,\tilde\varphi)\le -\delta_0$ или $u_k(\tilde r,\tilde\varphi)\le 0$ и $\tilde r\ge\delta_0$, $\tilde\varphi\in[\tilde\varphi_{01},\tilde\varphi_2]$ или $u_k(\tilde r,\tilde\varphi)\le \dfrac{n}{n+1}\delta(\varepsilon)$ и $\tilde r\ge\delta_0$, $\tilde\varphi\in[\tilde\varphi'_{01},\tilde\varphi'_2]$, $k=1,2\}$.

$\tilde\omega(\tilde r,\tilde\varphi)$ — симметричная функция к $\omega(\tilde r,\tilde\varphi)$ относительно действительной оси.

Пусть $\{C_1\}$ $(u_1(t_1,t_2)=C_1)$ $\{C_1\}$ соединяет точки $(t_{01},0)$, $(T_1,0)$, $(u_1(t_1,t_2)=C_2)$, а $\{C_2\}$— точки $(t_{02},0)$, $(T_2,0)$.

Рассмотрим полосу ρ, ограниченную линиями уровней $\{C_1\}$ и $\{C_2\}$, отрезками действительной оси $[t_{01},t_{02}],[T_2,T_1]$.

На полосе ρ рассмотрим уравнение

$$u_1(t_1,t_2)=at_1+b, \tag{6}$$

где $a=\dfrac{C_2-C_1}{T_2-t_{01}}$, $b=\dfrac{C_1T_2-C_2t_{01}}{T_2-t_{01}}$.

Воспользуемся результатами работы [3], т.е.

Лемма. Если линии уровня $u_1(t_1,t_2)=C$ $(C_2\le C\le C_1)$ уравнение (6) полностью покрывают полосу ρ и произвольная точка (t_1,t_2) полосы принадлежит единственной линии уровня $\{C\},\rho$, $\operatorname{Im}\lambda_1(t)\ne 0$, то уравнение (4) в полосе P определяет однозначную непрерывно дифференцируемую функцию $t_2=\varphi(t_1)$ с областью существования $(t_{01}\le t_1\le T_2)$. кривая (K_0), определяемая этой функцией, соединяет точки $(t_{01},0),(T_2,0)$, причем $u_1(t_1,\varphi(t_1))$ убывает на $[t_{01},T_2]$.

Заметим, что из равенства

$$u_1(t_1^*,0)=2\delta(\varepsilon)\left(u_1(t_1^*,0)\right)=\delta(\varepsilon), \tag{7}$$

в некоторой окрестности точки $(t_1^*=t_0,\ \varepsilon=0)$ однозначно определяется $t_1^*=t_0+\gamma(\varepsilon)$ $\left(t_1^*=t_0+\gamma_1(\varepsilon)\right)$, причем $\lim\limits_{\varepsilon\to0}\gamma(\varepsilon)=0$ $(\lim\limits_{\varepsilon\to0}\gamma_1(\varepsilon)=0)$, где $\gamma(\varepsilon)\ge 0$ $(\gamma_1(\varepsilon)\ge 0)$— непрерывная функция от ε при $0<\varepsilon\le\varepsilon_0$. Аналогично из равенства (7) в некоторой окрестности точки $(t_1^*=T_0,\ \varepsilon=0)$ однозначно определяется $t_1^*=T_0-\tilde\gamma(\varepsilon)$ $\left(t_1^*=T_0-\tilde\gamma_1(\varepsilon)\right)$, где $\tilde\gamma(\varepsilon)\ge 0$ $\left(\tilde\gamma_1(\varepsilon)\ge 0\right)$— непрерывная функция от ε при $0<\varepsilon\le\varepsilon_0$, причем $\lim\limits_{\varepsilon\to0}\gamma(\varepsilon)=0$ $\left(\lim\limits_{\varepsilon\to0}\gamma_1(\varepsilon)=0\right)$.

Для оценки функций $\left\{x_k^{(n)}(t,\varepsilon)\right\}(n=2,...,\ k=1,2)$ будем использовать основную лемму. Пусть линия уровня (C_1) соединяет точки $\left(t_0+\gamma_1(\varepsilon),0\right),\left(T_0-\tilde\gamma_1(\varepsilon),0\right)$, линия уровня (C_2) соединяет точки $\left(t_0+\gamma(\varepsilon),0\right),\left(T_0-\tilde\gamma(\varepsilon),0\right)$.

Возьмем кривую (K_0^*), симметричную к (K_0). Область, ограниченная (K_0) и (K_0^*), обозначим через $K_\varepsilon\subset H_0$. $\tilde K_\varepsilon=\Delta\cup K_\varepsilon$, где $\Delta=\{(t_1,t_2): t_0\le t_1\le t_0+\gamma_1(\varepsilon);\ \ t_2=0\}$.

Будем оценивать $x_1^{(n)}(t,\varepsilon)$, $n=2,3,...$ для $\forall t\in\Delta\cup K_\varepsilon$. Для всех функций $x_1^{(n)}(t,\varepsilon)$, $n=2,3,...$ путь интегрирования ℓ будет неизменным. Здесь также путь интегрирования l определяется в зависимости от того, к какому множеству принадлежит точка (t_1,t_2).

Если $(t_1,t_2)\in\Delta$ $(t=t_1,\, t_2=0)$, то $l=p_s=p\big((t_0,0),(t_1,0)\big)$, где $t_0\le t_1\le t_0+\gamma_1(\varepsilon)\big)$.

Пусть $(t_1,t_2)\in K_\varepsilon$. Тогда $l=p_s\cup d_4\cup p_6$, где $d_4=d\big((t_0+\gamma_1(\varepsilon),0),(t_1^*,t_2^*)\big)$ — отрезок кривой (K_0), $p_6=p\Big(\big((t_1^*,t_2^*),(t_1,t_2)\big),(t_1^*,t_2^*)\Big)=(\tilde r^*,\tilde\varphi^*)$ — точка пересечения радиус-вектора, проходящего через точку $(t_1,t_2)=(\tilde r,\tilde\varphi)$, с кривой (K_0). Для $x_2^{(n)}(t,\varepsilon)$ $(n\ge 2)$ путь интегрирования $\tilde\ell$ симметричен для ℓ относительно действительной оси.

Для $(t_1,t_2)\in\Delta\cup K_\varepsilon$ справедлива оценка

$$\left|x_j^{(k)}(t,\varepsilon)\right|\le c\varepsilon^m\left(\frac{c}{|\ln\varepsilon|}\right)^{k-1}\quad\text{при }\beta\ge n+1\ \left|x_1^{(n)}(t,\varepsilon)\right|\le C\alpha_n(t,\varepsilon), \tag{8}$$

где $\alpha_n(t,\varepsilon)=\omega(t,\varepsilon)\left[1+C\varepsilon+...+(C\varepsilon)^{(n-1)}\right], n=2,3,...;\ 0<C-const;\ k=1,2;$ не зависит ни от n, ни от ε.

Таким образом, ряд $\left\{x^{(n)}(t,\varepsilon)\right\}$ $\sum\limits_{n=1}^{\infty}x^{(n)}(t,\varepsilon)$ на $\Delta\cup K_\varepsilon$ равномерно сходится к некоторой функции $x(t,\varepsilon)$, которая является решением задачи (1)–(2).

Справедлива следующая

Теорема. Пусть выполнены условия (i)–(iii). Тогда решение задачи (1)–(2) на $\tilde K_\varepsilon$ существует, единственно и справедливы оценки: (8) при $\beta\ge n+1$ на $\tilde K_\varepsilon$:

$$\left\|x_j^{(k)}(t,\varepsilon)\right\|\le(c\varepsilon)^k\ \text{ при }\ \beta\ge 1\ \text{ на }\ \tilde H_c;$$

$$\left\|x_j^{(k)}(t,\varepsilon)\right\|\le c\varepsilon^m\left(c\sqrt{\varepsilon}\right)^{k-1}\ \text{при }\ \beta\ge n+1\ \text{на }\ \tilde H_\varepsilon,$$

где H_c определяется величинами $C_1=-\delta_0$, $C_2=-2\delta_0$, H_ε определяется величинами $C_1=-\sqrt{\varepsilon}$, $C_2=-2\sqrt{\varepsilon}$.

Список литературы

1 *Каримов С.* Асимптотика решений некоторых классов дифференциальных уравнений с малым параметром при производных в случае смены устойчивости точки покоя в плоскости «быстрых движений»: Дис. ... д-ра физ-мат. наук: 01.01.02. — Ош, 1980. — 260 с.

2 *Калимбетов Б.Т., Маматкулова М.* Асимптотические поведения решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости // Вестн. КарГУ. Сер. Математика. — № 4 (68). — 2012. — Караганда, 2012. — С. 55–60.

3 *Алыбаев К.С.* Метод линии уровня исследования сингулярно возмущенных уравнений при нарушении условия устойчивости: Дис. ... д-ра физ-мат. наук: 01.01.02. — Жалал-Абад, 2001. — 376 с.

С.Каримов, И.Бектеналиев, Б.Т.Қалимбетов

Ерекше сындық жағдайда сингуляр ауытқыған дифференциалдық теңдеулер жүйелерінің бірқалыпты жуықтама шешімдері

Мақалада сингулярлы ауытқыған дифференциалдық жүйенің ерекше сындық жағдайдағы жуық шешімдерінің құрылуы көрсетілген. Бастапқы берілген есептің шешімі бар және жалғыз болуының біртіндеп жуықтау әдісімен шығарылуы құрылған. Бұл жағдайда айнымалы матрицаның меншікті мәнінің нөлі табылады және тәуелсіз айнымалының өзгеруі олардың ретіне әсер етпейді. Үзіліссіз функциялардың класында біртіндеп жуықтаудың жинақтылығы келтірілді. Жуық шешімнің дәл шешімге кез келген дәрежедегі дәлдікпен жинақтылығы дәлелденген.

S.Karimov, I.Bektenaliev, B.T.Kalimbetov

Uniform approximation of singularly perturbed solution of differential equations in a special critical case

In this paper the approximate solution of singularly perturbed differential system in particularly critical case. The existence and uniqueness solutions of the original problem is constructed by successive approximations. The proper variable matrices have zeros and change independent variable does not affect order. We present convergence successive approximations in class of continuous functions. Prove convergence approximate solutions to exact one with any degree of accuracy.

References

1 Karimov S. *Asymptotic behavior solutions certain classes differential equations with a small parameter in case change stability in plane rest point of «fast motion»:* Dissertation for obtaining of scientific degree doctor of physical-mathematical sciences by speciality: 01.01.02. — Osh, 1980, 260 p.

2 Kalimbetov B.T., Mamatqulova M. *Asymptotic behavior solutions singularly perturbed differential equations in case change stability* // Bulletin Karaganda University. Ser. Mathematics, 2012, № 4, 55–60 p.

3 Alybaev K.S. *The method line-level research singularly perturbed equations when the condition of stability.* Dissertation for obtaining of scientific degree doctor of physical-mathematical sciences by speciality: 01.01.02. — Jalal-Abad, 2001, 376 p.

УДК 004.65

Р.М.Мендыбаев, А.М.Омаров

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: lorasugralina@mail.ru)

Основные проблемы миграции СУБД с MySQL на Oracle DBMS

В статье рассмотрены аспекты сложности изменения СУБД на конкретном приложении. Затронуты особенности СУБД Oracle DBMS, показано сравнение методик подхода указанных СУБД к работе с временными таблицами и отмечена уникальность данных методик. Предложены различные решения задач, которые были получены в результате исследования исходного кода приложения, как с использованием функций процедурных языков, так и методов объектно-ориентированного языка программирования Java. Отражены различия в синтаксисе языка описания данных СУБД.

Ключевые слова: миграция, СУБД, MySQL, Oracle DBMS, Java, работа с временными таблицами, последовательности, процедуры PL\SQL.

Стремительное развитие информационных технологий диктует необходимость своевременно обновлять и изменять аппаратное обеспечение информационных систем и приложений, операционные системы, а также версии и даже СУБД целиком. Цель данной работы — показать с какими проблемами и трудностями предстоит встретиться и решить их при замене СУБД. Исследование проводилось в рамках поставленной задачи на проекте по рефакторингу приложения генерирования отчетов для компаний, осуществляющих логистические услуги.

Изначальное приложение использовало в качестве СУБД продукт MySQL. Была поставлена задача — адаптировать приложение для работы с Oracle DBMS. Первая проблема, которая была выявлена, это различный подход для генерации уникальных значений первичных ключей. В MySQL для этого используется автоинкрементация поля, которая при добавлении каждой новой записи, инкрементирует значение первичного ключа на заданное количество. В Oracle DBMS такой возможности не предусмотрено, а для получения уникального значения используются последовательности (*sequence*). Это бывает очень удобно, и снимает с разработчика необходимость реализовывать алгоритм для создания значений первичного ключа. Каждое новое значение в последовательности созда-