Теорема. Классами единственности решения для граничной задачи (1)-(2) являются $L_\infty\left(G;\left[x^{1+\alpha}+t^{(1+\alpha)/2}\right]^{-1}\right)$, $\alpha>0$.

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научных исследований Комитетом науки МОН РК (проект №1164/ГФ4 КН МОН РК).

Список использованных источников

1. *Солонников В.А., Фазано А*. Об одномерной параболической задаче, возникающей при изучении некоторых задач со свободными границами // Записки научных семинаров ПОМИ. 2000. Т. 269. С. 322-338.
2. *Тихонов А. Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 734 с.
3. *Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И*. Нагруженные уравнения как возмущения дифференциальных уравнений. – Алматы: Ғылым, 2010. – 334 с.

О НЕЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Дженалиев М.Т.[1], Рамазанов М.И.[2,3]
[1]*Институт математики и математического моделирования КН МОН РК, Алматы, Казахстан*
muvasharkhan@gmail.com
[2]*Институт прикладной математики КН МОН РК,*
[3]*КарГУ им. Е.А.Букетова, Караганды, Казахстан*
E-mail: ramamur@mail.ru

В настоящей работе наряду с тривиальным решением мы устанавливаем в классе существенно ограниченных функций с заданным весом существование нетривиального решения с точностью до постоянного множителя.

Рассматривается однородная граничная задача

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}-a^2\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}=0, \{x,t\}\in G=\{x,t:0<x<t, t>0\}; \tag{1}$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=0}=0, \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=t}+\frac{d\tilde{u}(t)}{dt}=0; \tag{2}$$

где $\tilde{u}(t)=u(t,t)$. Отметим, что задача (1)–(2) является однородным случаем задачи, изученной в работе [1], причем, для простоты коэффициенты из указанной работы приняты равными: $k=b=1$. Эти изменения не противоречат постановке задачи из [1]. Как отмечено в работе [1], случай неоднородной граничной задачи "... оказывается полезным при изучении некоторых задач со свободными границами". Например, для однофазной задачи "... Стефана при следующих предположениях: жидкая фаза с положительной температурной температурой $u(x,t)$ занимает отрезок $0<x<s(t)$, при $x=0$ задается положительный поток тепла, а свободная граница $x=s(t)$ начинается у твердой стенки $x=0$, т.е. выполняется условие $s(0)=0$". В работе [1] установлена теорема об однозначной разрешимости рассматриваемой там граничной задачи в весовых гельдеровских пространствах. Исследование граничных задач вида (1)–(2) проводится в Казахстане впервые. Если в работе [1] было показано, что в некотором гельдеровском классе функций однородная задача (1)–(2) имеет только тривиальное решение, то нас интересует вопрос: существует ли у этой задачи нетривиальное решение и какому классу оно принадлежит? Этот вопрос ранее никем не был изучен. В настоящей работе наряду с тривиальным решением мы устанавливаем в классе существенно ограниченных функций с заданным весом существование нетривиального решения с точностью до постоянного множителя. Введем этот класс следующим образом:

$$(x+t^{1/2})^{-1}u(x,t)\in L_\infty(G), \text{ т.е. } u(x,t)\in L_\infty(G;\,(x+t^{1/2})^{-1}). \tag{3}$$

Сформулируем основной результат.

Теорема. *Граничная задача (1)–(2) имеет наряду с тривиальным решением и нетривиальное решение* $u(x,t)=C\tilde{u}(x,t)$, *где* $\tilde{u}(x,t)\in L_\infty(G;\,(x+t^{1/2})^{-1})$, *и* $C=const$.

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научных исследований Комитетом науки МОН РК (проект №1164/ГФ4 КН МОН РК).

Список использованных источников

1. *Солонников В.А., Фазано А.* Об одномерной параболической задаче, возникающей при изучении некоторых задач со свободными границами// Записки научных семинаров ПОМИ, 2000.- Т.269.- С.322–338.