

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Беляев А.Г., Пятницкий А.Л., Чечкин Г.А. Усреднение в перфорированной области с осциллирующим третьим краевым условием. Матем. сб. –2001. –Т.192, №7. –С. 3–20.
2. Bekmaganbetov K.A., Chechkin G.A., Chepyzhov V.V. Attractors and a “strange term” in homogenized equation. CR Me’canique. –2020. –V. 348, №5. – P.351–359.
3. Bekmaganbetov K.A., Chechkin G.A., Chepyzhov V.V. Strong Convergence of Trajectory Attractors for Reaction–Diffusion Systems with Random Rapidly Oscillating Terms. Communications on Pure and Applied Analysis. –2020. – V. 19, №5. – P.2419–2443.
4. Bekmaganbetov K.A., Chechkin G.A., Chepyzhov V.V. “Strange Term” in Homogenization of Attractors of Reaction–Diffusion Equation in Perforated Domain. Chaos, Solutions & Fractals. –2020. –V. 140, Art. № 110208.
5. Chepyzhov V.V., Vishik M.I. Non–autonomous 2D Navier–Stokes system with a simple global attractor and some averaging problems. ESAIM Control Optim. Calc. Var. – 2002. –V.8. –P.467–487.
6. Chepyzhov V.V., Vishik M.I. Non–autonomous 2D Navier–Stokes system with singularly oscillating external force and its global attractor. J. Dynam. Diff. Eq.– 2007. –V.19, №3. –P.655–684.
7. Бекмаганбетов К.А., Толеубай А.М., Чечкин Г.А. Об аттракторах системы уравнений Навье–Стокса в двумерной пористой среде. Проблемы математического анализа. –2022. –Т.115. – С.15–28.

УСЛОВИЯ КОЭРЦИТИВНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОГО КЛАССА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА В $L_1(\mathbb{R})$

Есбаев А.Н., Оспанов К.Н.

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

E-mail: adilet.e@gmail.com

В пространстве суммируемых функций $L_1(\mathbb{R})$ рассмотрим следующее дифференциальное уравнение второго порядка:

$$-s(x)(\rho(x)y')' + r(x)y' = f(x), \quad (1)$$

где $x \in \mathbb{R}$, $\rho(x)$ — дважды непрерывно дифференцируемая функция, $s(x)$ — непрерывная функция, $r(x)$ — непрерывно дифференцируемая функция, а $f \in L_1(\mathbb{R})$.

Определим оператор \tilde{l} на множестве $D(\tilde{l}) = C_0^{(2)}(\mathbb{R})$ следующим образом:

$$\tilde{l}y := -s(x)(\rho(x)y')' + r(x)y'.$$

Через l обозначим замыкание \tilde{l} в норме $L_1(\mathbb{R})$. Решением уравнения (1) назовём элемент $y \in D(l)$ такой, что $ly = f$.

Будем говорить, что решение уравнения (1) является L_1 -максимально регулярным, если выполняется следующая оценка

$$\| -s(\rho y')' \|_{L_1(\mathbb{R})} + \| r y' \|_{L_1(\mathbb{R})} + \| y \|_{L_1(\mathbb{R})} \leq C \| f \|_{L_1(\mathbb{R})},$$

причём постоянная C не зависит от y .

Теорема. Пусть $\rho \geq 1$, $r(x) \geq \max(\rho(x), \sqrt{1+x^2})$, а $s(x) \geq \delta > 0$ — непрерывная и ограниченная функция. Тогда уравнение (1) имеет единственное решение y и для y выполнена следующая оценка L_1 -максимальной регулярности:

$$\| -s(\rho y')' \|_1 + \| r y' \|_1 + \| y \|_1 \leq C_0 \| f \|_1.$$

Отметим, что при $s(x) \equiv 1$ и $r(x) \equiv 0$ аналогичные утверждения были получены в работах [1, 2] для случаев уравнения Штурма-Лиувилля и Шрёдингера положительным потенциалом. А когда $s(x) = \rho(x) \equiv 1$, такой результат установлен в [3].

Список использованной литературы

1. Гриншпун Э.З., Отелбаев М. Гладкость решения уравнения Штурма-Лиувилля в $L_1(-\infty, \infty)$ // Известия АН КазССР. Серия физико-математическая. – 1984. – № 5. – С. 26–29.
2. Ойнаров Р.О. О разделимости оператора Шрёдингера в пространстве суммируемых функций // Доклады АН СССР. – 1985. – Т. 285, № 5. – С. 1062–1064.
3. Ospanov K.N. L_1 -maximal regularity for quasilinear second order differential equation with damped term // Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations. – 2015. – № 39. – P. 1–9.

КРИТЕРИИ ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ НЕЛОКАЛЬНОЙ ПО ВРЕМЕНИ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ $l(\cdot) - A$ С ОПЕРАТОРОМ ТРИКОМИ A

Кангужин Б.Е., Кошанов Б.Д., Султангазиева Ж.Б., Кунтуарова А.Д.

Казахский национальный университет имени Аль-Фараби, Алматы, Казахстан

E-mail: koshanov@list.ru

1. В функциональном пространстве $L_2(0, T)$ рассмотрим оператор B , порожденный дифференциальным выражением

$$l(w) \equiv \frac{d^n w}{dt^n} + p_1(t) \frac{d^{n-1} w}{dt^{n-1}} + \dots + p_n(t) w(t), \quad 0 < t < T \quad (1)$$

с регулярными краевыми условиями

$$\sum_{k=0}^{n-1} [\alpha_{kj} w^{(k)}(0) + \beta_{kj} w^{(k)}(T)] = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

где $p_j(t) \in C^{(n-j)}[0, T]$, $j = 1, 2, \dots, n$.

Требование I. Предположим, что область определения оператора B задается регулярными в смысле Биркгофа краевыми условиями [1]. Иначе говоря, в случае нечетного $n = 2r - 1$ следующие два определителя θ_0, θ_1 отличны от нуля; в случае четного $n = 2r$ следующие два определителя θ_{-1}, θ_1 отличны от нуля.

Сопряженный оператор B^* задается дифференциальным выражением

$$B^*R(t) = l^+(R), \quad 0 < t < T$$

и областью определения

$$D(B^*) = \{R \in W_2^n[0, T] : V_1(R) = 0, \dots, V_n(R) = 0\}.$$

В работе [1] доказано следующее утверждение.

Теорема 1 [1]. Пусть область определения оператора B задается регулярными в смысле Биркгофа краевыми условиями. Тогда область определения оператора сопряженного B^* задается также регулярными в смысле Биркгофа краевыми условиями.

Нам потребуется также следующее утверждение [3].

Теорема 2 [3]. Пусть оператор B порожден регулярными в смысле Биркгофа краевыми условиями. Тогда система собственных и присоединенных функций оператора B является полной системой в пространстве $L_2(0, T)$.

Применяя теорему 1 и теорему 2 к сопряженному оператору B^* , можем сформулировать утверждение.

Теорема 3. Пусть выполнены требование I. Тогда система собственных и присоединенных функций оператора B^* полна в пространстве $L_2(0, T)$.

2. Пусть $\Omega \in \mathbb{R}^2$ - конечная область, ограниченная при $y > 0$ кривой Ляпунова σ , оканчивающейся в окрестности точек $O(0,0)$ и $B(1,0)$ малыми дугами "нормальной кривой" σ_0 , а при $y < 0$ - характеристиками $OC: x - \frac{2}{3}(-y)^{\frac{3}{2}} = 0$, $BC: x + \frac{2}{3}(-y)^{\frac{3}{2}} = 1$ уравнения