

- [3] Altenbach H., Chróscielewski J., Eremeyev V.A., Wiśniewski K. (Eds.) Recent Developments in the Theory of Shells. – Springer, 2019. – 799 p.
- [4] Фирсанов В.В. Расчетные модели изгиба балки с учетом деформации сдвига // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – № 1 (26). – С. 98-107.

ҮШ ЕРКІНДІК ДӘРЕЖЕЛІ ДЕЛЬТА РОБОТТЫҢ ДИНАМИКАСЫ

Кайыров Рустем Айбекович¹, Исагулов Дастан Картаевич², Исламшайх Ернұр Ержанұлы³, Советов Серик Кайратович³

^{1,2,3,4}Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті

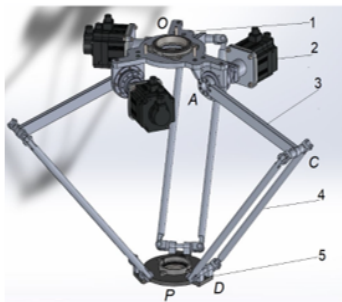
¹E-mail: kairov.rustem@mail.ru

Дельта параллель робот бойынша көптеген ғалымдар динамикалық зерттеулер жүргізді. Олардың көпшілігі виртуалды жұмыс принципін қолданады [1], [2], [3], ол қозғалыс теңдеуіндегі звенолардың байланыс күштері мен топсалардың инерция күштерінен құтылуға мүмкіндік береді және жалпыланған координаталар ретінде соңғы эффектордың координаталарын таңдай алады, бұл әдіс бойынша қозғалыстың динамикалық теңдеуі қарапайымдау болады. Бірақ әрбір қозғалатын звеноның жылдамдығы мен үдеуін анықтау күрделі есептеулерді талап етеді.

Цай мен Стампер [4], [5] Лагранждың екінші текті теңдеулерін пайдаланып параллельді роботтың динамикасын шешуге тырысты, бірақ бұл жағдайда қозғалыс теңдеуінің өрнектері өте күрделі болып келеді. Штефан мен Стайку [6] талдауды жеңілдету үшін пассивті қолдың массасын оның екі соңғы нүктесінің арасында біркелкі таратады және шоғырландырады, нәтижесінде шешімдерде виртуалды жұмыс әдісімен салыстырғанда алшақтық пайда болады. Тхо, Тхин, Парк, Ким және Сонг дельта роботтың динамикасын талдауда бірінші текті Лагранж теңдеулерін қолданады [7]. Бұл әдіс бойынша қозғалыс теңдеуін анықтау оңайырақ болып табылады, және модельдің дәлдігіне әсер етпей есептеуді жеңілдетуге болады. Жұмыста динамикалық модельді құру жоғарыдағы әдістер қолданылады және өзара салыстырылады.

Лагранж теңдеулерін пайдалану үшін дельта роботтың барлық қозғалатын звеноларының сызықтық және бұрыштық жылдамдықтарын анықтау қажет.

Клавельдің дельта роботы 5-қозғалмалы платформа мен 1-бекітілген негізді байланыстыратын параллель орналасқан үш бірдей $i, C_i, D_i (i = 1, 2, 3)$ кинематикалық тізбектерден тұратын параллель манипулятор (ПМ) болып табылады (сурет 1). Әр кинематикалық тізбекте 1-қозғалмайтын платформаға бекітілген белсенді $i (i = 1, 2, 3)$ айналмалы кинематикалық жұптар орналастырылған, олар 2-электроқозғалтқыштар арқылы қозғалысқа келтіріледі. Қозғалмалы платформа кіріс звеноларымен центрлары C_i және D_i нүктелері болып табылатын пассивті универсалды топсалармен байланыстырылған (сурет 1).



Сур 1: Дельта роботтың 3D моделі

Денавит-Хартенберг әдісінің негізінде қозғалмалы платформаның центрінің координаталары келесі түрде анықталды

$$X_P = c\theta_i \cdot (r + L_2 \cdot c\varphi_{1i}) + L_1 \cdot s\theta_i \cdot s\varphi_{3i} + L_1 \cdot c\theta_i \cdot c\varphi_{12i} \cdot c\varphi_{3i} \quad (1)$$

$$Y_P = s\theta_i(r + L_2 \cdot c\varphi_{1i}) - L_1 \cdot c\theta_i s\varphi_{3i} + L_1 \cdot c\varphi_{12i} \cdot c\varphi_{3i} s\theta_i \quad (2)$$

$$Z_P = L_2 \cdot s\varphi_{1i} + L_1 \cdot s\varphi_{13i} \cdot c\varphi_{3i} \quad (3)$$

(1), (2) және (3)-тендеулердегі тұрақты және айнымалы параметрлер 2-суретте көрсетілген.



Сур 2: Тұрақты және айнымалы параметрлер

Жоғарыдағы (1)-(3) орналасу функцияларынан уақыт бойынша бір және екі рет туындылар алып, түрлендірулер жасағаннан кейін қозғалмалы платформаның сызықтық жылдамдығы мен үдеуін жалпыланған жылдамдықтар және үдеулермен байланыстыратын келесі матрицалық теңдеулерді аламыз

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

мұнда $c_{i1} = 2 \cdot X_P - 2 \cdot r \cdot \cos \theta_i - 2 \cdot L_2 \cdot \cos \varphi_{1i} \cdot \cos \theta_i$, $c_{i2} = 2 \cdot Y_P - 2 \cdot r \cdot \sin \theta_i - 2 \cdot L_2 \cdot \cos \varphi_{1i} \cdot \sin \theta_i$, $c_{i3} = 2 \cdot Z_P - 2 \cdot L_2 \cdot \sin \varphi_{1i}$, $d_i = 2 \cdot L_2 \cdot Z_P \cdot \cos \varphi_{1i} + 2 \cdot L_2 \cdot r \cdot \sin \varphi_{1i} - 2 \cdot L_2 \cdot Y_P \cdot \sin \varphi_{1i} \cdot \sin \theta_i$, $i = 1, 2, 3$.

$$\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

мұнда $k_{i1} = 2 \cdot X_P - 2 \cdot r \cdot \cos \theta_i - 2 \cdot L_2 \cdot \cos \varphi_{1i} \cdot \cos \theta_i$, $k_{i2} = 2 \cdot Y_P - 2 \cdot r \cdot \sin \theta_i - 2 \cdot L_2 \cdot \cos \varphi_{1i} \cdot \sin \theta_i$, $k_{i3} = 2 \cdot (Z_P - L_2 \cdot \sin \varphi_{1i})$, $f_i = 2 \cdot L_2 \cdot X_P \cdot \cos \theta_i \cdot \sin \varphi_{1i} - 2 \cdot L_2 \cdot r \cdot \sin \varphi_{1i} - 2 \cdot L_2 \cdot Z_P \cdot \cos \varphi_{1i} + 2 \cdot L_2 \cdot Y_P \cdot \sin \varphi_{1i} \cdot \sin \theta_i$, $i = 1, 2, 3$.
Аралық звенолардың массаларын ескермеген жағдайда, барлық механикалық жүйенің Лагранж функциясы келесі түрде жазылады

$$L = \frac{1}{2} J_i \dot{\theta}_{1i}^2 + m_P |V_P|^2 - m_i g M_{1iz}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (6)$$

мұнда $M_{1iz} = 0.5 L_2 \sin \varphi_{1i}$, $J_1 = \frac{1}{3} m_2 L_2^2$, $V_P^2 = \dot{X}_P^2 + \dot{Y}_P^2 + \dot{Z}_P^2$.

Лагранж функциясын ықшамдау үшін, қозғалмалы платформаның массалар центрінің координаталарын жалпыланған координаталар ретінде қарастыра отырып келесі бірінші текті Лагранж теңдеулер жүйесі алынды

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = M_j + \sum_{k=1}^3 \lambda_k \frac{\partial F_k}{\partial q_j} \quad (7)$$

мұнда, $q_i = [\varphi_{11} \varphi_{12} \varphi_{13} X_P Y_P Z_P]$, F_k - шектеу функциялары, олар аралық звенолардың ұзындықтары арқылы өрнектелді және олар былайша анықталды

$$F_k = (X_P - \cos \theta_i (r + L_2 \cos \varphi_{1i}))^2 + (Y_P - \sin \theta_i (r + L_2 \cos \varphi_{1i}))^2 + (Z_P - L_2 \sin \varphi_{1i})^2 - L_2^2. \quad (8)$$

Қозғалыс теңдеуін анықтауды ықшамдау мақсатында X_P, Y_P, Z_P айнымалылары φ_{1i} айнымалыларына тәуелді болса да, тәуелсіз айнамалылар ретінде қарастырылды, нәтижесінде, (7)-теңдеулер жүйесі былайша жазылды

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = \tau_1 + \sum_{k=1}^3 \lambda_k \frac{\partial F_k}{\partial \theta_1} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = \tau_2 + \sum_{k=1}^3 \lambda_k \frac{\partial F_k}{\partial \theta_2} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_3} - \frac{\partial L}{\partial \theta_3} = \tau_3 + \sum_{k=1}^3 \lambda_k \frac{\partial F_k}{\partial \theta_3} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{X}_P} - \frac{\partial L}{\partial X_P} = F_{X_P} + \sum_{k=1}^3 \lambda_k \frac{\partial F_k}{\partial X_P} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_P} - \frac{\partial L}{\partial Y_P} = F_{Y_P} + \sum_{k=1}^3 \lambda_k \frac{\partial F_k}{\partial Y_P} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{Z}_P} - \frac{\partial L}{\partial Z_P} = F_{Z_P} + \sum_{k=1}^3 \lambda_k \frac{\partial F_k}{\partial Z_P} \end{cases} \quad (9)$$

мұнда τ_1, τ_2, τ_3 - жалпыланған моменттер, ал $F_{X_P} = F_{Y_P} = F_{Z_P} = 0$. 9)-жүйенің ақырғы үш теңдеуінен Лагранж көбейткіштерін λ_k анықтап, алғашқы үш теңдеуіне қою арқылы келесі матрицалық теңдеуді ааламыз.

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_{11}} - \frac{\partial L}{\partial \varphi_{11}} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_{12}} - \frac{\partial L}{\partial \varphi_{12}} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_{13}} - \frac{\partial L}{\partial \varphi_{13}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \varphi_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_3}{\partial \varphi_{13}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_P} & \frac{\partial F_2}{\partial X_P} & \frac{\partial F_3}{\partial X_P} \\ \frac{\partial F_1}{\partial Y_P} & \frac{\partial F_2}{\partial Y_P} & \frac{\partial F_3}{\partial Y_P} \\ \frac{\partial F_1}{\partial Z_P} & \frac{\partial F_2}{\partial Z_P} & \frac{\partial F_3}{\partial Z_P} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{X}_P} - \frac{\partial L}{\partial X_P} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_P} - \frac{\partial L}{\partial Y_P} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{Z}_P} - \frac{\partial L}{\partial Z_P} \end{bmatrix} \quad (10)$$

мұнда, $\frac{\partial F_i}{\partial X_P} = 2X_P - 2 \cos \theta_i (r + L_2 \cos \varphi_{1i})$, $\frac{\partial F_i}{\partial Y_P} = 2Y_P - 2 \sin \theta_i (r + L_2 \cos \varphi_{1i})$, $\frac{\partial F_i}{\partial Z_P} = 2Z_P - 2L_2 \sin \varphi_{1i}$, $\frac{\partial F_i}{\partial \varphi_{1i}} = 2(r + L_2 \cos \varphi_{1i})(X_P \sin \theta_i - Y_P \cos \theta_i)$, $\frac{\partial F_i}{\partial \varphi_{1i}} = L_2 \cos \theta_i \sin \varphi_{1i} \frac{\partial F_i}{\partial X_P} + L_2 \sin \varphi_{1i} \sin \theta_i \frac{\partial F_i}{\partial Y_P} - L_2 \cos \varphi_{1i} \frac{\partial F_i}{\partial Z_P}$

(10)-теңдеуден дельта роботтың қозғалыс теңдеуі алынды

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \frac{m_1 L_1^2}{3} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_{11} \\ \ddot{\varphi}_{12} \\ \ddot{\varphi}_{13} \end{bmatrix} + \frac{m_1 g L_2}{2} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{11} \\ \cos \varphi_{12} \\ \cos \varphi_{13} \end{bmatrix} - \mathbf{H} m_P \begin{bmatrix} \ddot{X}_P \\ \ddot{Y}_P \\ \ddot{Z}_P \end{bmatrix} - \mathbf{H} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_P g \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\text{мұнда } \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \varphi_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_3}{\partial \varphi_{13}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_P} & \frac{\partial F_2}{\partial X_P} & \frac{\partial F_3}{\partial X_P} \\ \frac{\partial F_1}{\partial Y_P} & \frac{\partial F_2}{\partial Y_P} & \frac{\partial F_3}{\partial Y_P} \\ \frac{\partial F_1}{\partial Z_P} & \frac{\partial F_2}{\partial Z_P} & \frac{\partial F_3}{\partial Z_P} \end{bmatrix}^{-1}$$

Сандық нәтижелер Келесі тұрақты параметрлер мен манипулятордың орналасуы берілді: $r_a = 182.5$, $r_b = 105$, $L_1 = 740$, $L_2 = 440$, $\varphi_{1,1} = 0^\circ$, $\varphi_{1,2} = 120^\circ$, $\varphi_{1,3} = 240^\circ$, $g = 10^2$, $m_1 = 5$, $m = 10$, $X_P = 0$, $Y_P = 0$, $Z_P = 750$.

Келесі жылдамдықтың шығыс параметрлері берілді: $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 1$, $\varphi_{1,1} = \varphi_{1,2} = \varphi_{1,3} = 1^2$.

Осы қозғалыс параметрлерін қамтамасыз ететін жалпыланған моменттер анықталды: $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 29.605$.

Әдебиеттер тізімі

- [1] St. Staicu; D.C. Carp-Ciocardia: Dynamic analysis of Clavel's Delta parallel robot. International Conference on Robotics and Automation, 2003
- [2] Y. Zhao; Z. Yang: Inverse dynamics of delta robot based on the principle of virtual work. In: Transactions of Tianjin University 11(2005), Nr.4, S.268-273
- [3] Yangmin Li; Qingsong Xu: Dynamic Analysis of a Modified DELTA Parallel Robot for Cardiopulmonary Resuscitation, International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005
- [4] Lung-Wen Tsai: Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators, Lagrangian Formulation. 1. Auflage, Maryland: Wiley-Interscience, 1999, 978-0-471-32593-2
- [5] L. Tsai; R. E. Stamper: A Parallel Manipulator with Only Translational Degrees of Freedom. ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers in Engineering Conference, 1996
- [6] Stefan Staicu: Recursive modelling in dynamics of Delta parallel robot. In: Robotica 27(2009), Nr.2, S.199-207
- [7] T. P. Tho; N. T. Think: Analysis of Kinematics and Dynamics of 4-dof Delta Parallel Robot. 2nd International Conference on Robot Intelligence Technology, 2013

ВЛИЯНИЕ ТОПОЛОГИИ ТОЧЕЧНЫХ МАСС НА ЗНАЧЕНИЯ ОСНОВНОГО ТОНА СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Хабидолда Омирхан¹, Ахмедиев С.К², Абеуова Л.К³, Рысбек С.С⁴, Әбілғазы Ж.Ғ⁵