АНТИПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ ПОЛУПРОСТРАНСТВА С ПОЛОСОВЫМ РАЗРЕЗОМ

Самойлова И.А., Смирнова М.А., Спирина Е.А.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

E-mail: irinasam2005@mail.ru, smirnova_marina_alex@mail.ru, sea_spirina@mail.ru

Механика упругой среды или теории упругости занимается деформацией и движением упругих тел под влиянием внешних воздействий, в качестве которых рассматриваются поверхностные нагрузки, массовые силы (например, вес), нагревание или охлаждение тела. Отсюда основной задачей механики упругой среды является определение перемещений любой точки тела по заданной внешней нагрузке. Для постановки и решения подобных задач первоначально необходимо провести математическое моделирование механики упругой среды [1, 2].

Решение поставленной задачи построено обобщенным методом интегральных преобразований. Идея метода заключается в переходе к отысканию трансформанты $w_\alpha(y)$ искомой функции перемещения $W(x,y)$ по переменной x. В результате исходная двумерная краевая задача трансформируется в одномерную краевую задачу для $w_\alpha(y)$, решение которой находится простым способом. Далее пользуясь формулой обращения, находим представление неизвестной функции, определяющей скачок. Воспользовавшись условием на дефекте, приходим к интегральному решению для определения неизвестного скачка.

Пусть в упругом полупространстве$(-\infty < x,\ z < \infty,\ y \geq 0)$ со свободной от напряжений границей имеется полосовой разрез (трещина): $0 \leq y \leq b, -\infty < z < \infty$, расположенный в плоскости $x = 0$ (рис 1.).

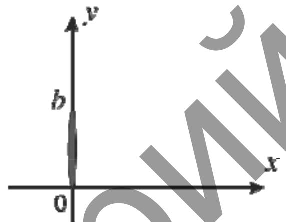

Рисунок 1.

Требуется найти поле напряжений и смещений, если к берегам указанного разреза приложена равномернораспределенная сдвигающая нагрузка интенсивности τ_0. Здесь можно считать отличным от нуля только смещение wвдоль оси z (антиплоская деформация), причем $w = w(x,y)$.

Сформулированная задача эквивалентна такой краевой задаче:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2} = 0, x < \infty, y > 0, \\ \left.\dfrac{\partial w}{\partial y}\right|_{y=0} = 0, \end{cases}$$

причем уравнение Лапласса должно удовлетворяться всюду, кроме области, занятой трещиной. В данном случае трещина является дефектом, так как смещения точек ее берегов не совпадают, то есть

$$< w(0,y) \geq \varphi(y), \qquad 0 \leq y \leq b, \qquad \varphi(y) \equiv 0, y \geq b,$$
$$G < w'(-0,y) \geq G < w'(+0,y) >= \tau_0, \qquad 0 \leq y \leq b$$

В разбираемом случае роль тинтегрального преобразования будет выполнять преобразование Фурье. Построенное в работе решение может быть использовано при рассмотрении соответствующих технических проблем, когда их модель сводится к решению указанной задачи.

Список использованных источников

1. *Попов Г.Я., Абдыманапов С.А., Ефимов В.В., Игликов А.И.* Метод разрывных решений в задачах математической физики. – Караганда, 1993. – 97 с.

2. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1997. – 744 с.