АЛГЕБРА, МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЛОГИКА ЖӘНЕ ГЕОМЕТРИЯ
АЛГЕБРА, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ГЕОМЕТРИЯ
ALGEBRA, MATHEMATICAL LOGIC AND GEOMETRY

СТАБИЛЬНОСТНЫЕ СВОЙСТВА ЦЕНТРАЛЬНЫХ ТИПОВ ОТНОСИТЕЛЬНО ЙОНСОНОВСКИХ МНОЖЕСТВ ДЛЯ ВЫПУКЛОЙ ЭКЗИСТЕНЦИАЛЬНО ПРОСТОЙ СОВЕРШЕННОЙ ЙОНСОНОВСКОЙ ТЕОРИИ

Ешкеев А.Р.
Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан
E-mail: modth1705@mail.ru

Дадим основные сведения о йонсоновских теориях в обогащении йонсоновским множеством.

Пусть L является счетным языком первого порядка.

Пусть T - произвольная йонсоновская теория в языке первого порядка сигнатуры σ. Пусть C является семантической моделью теории T. Пусть $A \subseteq C$ есть йонсоновское множество в теории T. Пусть

$$\sigma_\Gamma(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma,\ \Gamma = \{P\} \cup \{c\}.$$

Пусть $T_A^{\ C} = T \cup Th_{\forall\exists}(C,a)_{a\in A} \cup \{P(c_a) \mid a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{"P \subseteq"\}$, где $\{"P \subseteq"\}$ есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа P является экзистенциально-замкнутой подмоделью в языке сигнатуры $\sigma_\Gamma(A)$ и эта модель есть определимое замыкание множества A. Понятно, что рассмотренное множество предложений является йонсоновской теорией и эта теория, вообще говоря, не полна.

Пусть T^* является центром йонсоновской теории $T_A^{\ C}$ и $T^* = Th(C')$, где C' есть семантическая модель теории $T_A^{\ C}$. При ограничении теории $T_A^{\ C}$ до сигнатуры $\sigma_\Gamma(A) \setminus \{c\}$ теория $T_A^{\ C}$ становится полным типом. Этот тип мы и назовем центральным типом теории T относительно йонсоновского множества A и обозначим его через $P_A^{\ C}$.

Понятно, что модель C' это модель, полученная обогащением модели C языка σ до языка $\sigma_\Gamma(A)$.

Назовем элемент a семантической модели C' центральным элементом относительно йонсоновского множества A, если a является реализацией центрального типа теории T относительно йонсоновского множества A.

Теорема. Пусть A_1, A_2 - йонсоновские множества в теории T, a_1 - реализация центрального типа $P_{A_1}^{\ C}$ и a_2 - реализация центрального типа $P_{A_2}^{\ C}$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) $T_{A_1}^{\ C}$ синтаксически подобны $T_{A_2}^{\ C}$, как йонсоновские теории;
2) $RM(a_1) = RM(a_2)$, RM - ранг Морли;
3) $\exists\varphi \in Aut(C) : \varphi(a_1) = a_2$.

Список использованных источников

1. *Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т.* Йонсоновские теории и их классы моделей: монография. – Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. – 370 с.

О ПОДОБИИ ФРАГМЕНТОВ ЙОНСОНОВСКИХ ТЕОРИЙ В ОБОГАЩЕНИИ ЙОНСОНОВСКИМ МНОЖЕСТВОМ

Ешкеев А.Р., Базылжанова А.С.
Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан
E-mail: modth1705@mail.ru

Данный тезис отражает информацию о некоторых свойствах синтаксического подобия йонсоновских теорий [1] и их центров в обогащённой сигнатуре σ.

Рассмотрим следующее обогащение йонсоновским множеством.

Пусть T - произвольная йонсоновская теория в языке первого порядка сигнатуры σ. Пусть C является семантической моделью теории T. Пусть $A \subseteq C$ есть йонсоновское множество в теории T. Пусть $\sigma_\Gamma(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma$, $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$.

Пусть $T_A^C = T \cup Th_{\forall\exists}(C,a)_{a\in A} \cup \{P(c_a) | a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{"P \subseteq"\}$, где $\{"P \subseteq"\}$ есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа P является экзистенциально-замкнутой подмоделью в языке сигнатуры $\sigma_\Gamma(A)$ и эта модель есть определимое замыкание множества A. Понятно, что рассмотренное множество предложений является йонсоновской теорией и эта теория, вообще говоря, не полна.

Пусть X йонсоновкое множество в теории T_A^C и M экзистенциально замкнутая подмодель семантической модели C, рассматриваемой йонсоновской теории T_A^C, где dcl(X) = M. Тогда пусть $Th_{\forall\exists}(M) = Fr(X)$, $Fr(X)$-есть йонсоновский фрагмент йонсоновского множества X.

Рассмотрим произвольную $Fr(A)$-теорию, тогда $E(Fr(A)) = \bigcup_{n<\omega} E_n(Fr(A))$, где $E_n(Fr(A))$ - есть решетка позитивных экзистенциальных формул с n-свободными переменными.

Определение 1. Пусть A_1, A_2 йонсоновские подмножества подмодели семантической модели C теории T_A^C. Мы будем говорить, что $Fr(A_1)$ и $Fr(A_2)$ - синтаксически подобны, если существует биекция $f : E(Fr(A_1)) \to E(Fr(A_2))$ такая, что

1) ограничение f до $E_n(Fr(A_1))$ есть изоморфизм решёток $E_n(Fr(A_1))$ и $E_n(Fr(A_2))$, $n < \omega$;
2) $f(\exists v_{n+1}\varphi) = \exists v_{n+1} f(\varphi)$, $\varphi \in E_n(T)$, $n < \omega$;
3) $f(v_1 = v_2) = (v_1 = v_2)$.

Один из полученных результатов в рамках выше указанных определений выглядит следующим образом:

Теорема. Пусть $Fr(A_1)$ и $Fr(A_2)$ – Σ-полные, совершенные йонсоновские теории. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) $Fr^*(A_1)$ и $Fr^*(A_2)$ - синтаксически подобны в смысле [2];
2) $Fr(A_1)$ и $Fr(A_2)$ - синтаксически подобны как в определении 1.

Список использованных источников

1. *Ешкеев А.Р.* Счетная категоричность $\Delta - PM$ -теорий // Вестник КазНУ. Серия математика, механика, информатика, №3, Специальный выпуск. – 2008.
2. *Mustafin T.G.* On similarities of complete theories // Logic Colloquium '90: proceedings of the Annual European Summer Meeting of the Association for Symbolic Logic, held in Helsinki, Finland. – 1990.

ВОПРОС ТАЙМАНОВА А.Д. ДЛЯ ФРАГМЕНТОВ ЙОНСОНОВСКИХ МНОЖЕСТВ В ОБОГАЩЕННОЙ СИГНАТУРЕ

Ешкеев А.Р., Жумакаева К.Н., Меженина Р.О.
Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан
E-mail: modth1705@mail.ru

Пусть T - произвольная йонсоновская теория в языке первого порядка сигнатуры σ. Пусть C является семантической моделью теории T. Пусть $A \subseteq C$ есть йонсоновское множество в теории T. Пусть $\sigma_\Gamma(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma$, $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$.

Пусть $T_A^C = T \cup Th_{\forall\exists}(C,a)_{a\in A} \cup \{P(c_a) | a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{"P \subseteq"\}$, где $\{"P \subseteq"\}$ есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа P является экзистенциально-замкнутой подмоделью в языке сигнатуры $\sigma_\Gamma(A)$ и эта модель есть определимое замыкание множества A. Понятно, что рассмотренное множество предложений является йонсоновской теорией и эта теория, вообще говоря, не полна.

Пусть T^* является центром йонсоновской теории T_A^C и $T^* = Th(C')$, где C' есть семантическая модель теории T_A^C. При ограничении теории T_A^C до сигнатуры $\sigma_\Gamma(A) \setminus \{c\}$ теория T_A^C становится