

где $\alpha_j(t) \in C^\infty([0, T], C)$ – произвольные функции, $j = 0, 2$.

Мы не будем доказывать однозначную разрешимость итерационных задач. Отметим, что при решении двух последовательных итерационных задач (7_m) и (7_{m+1}) решение задачи (7_m) в пространстве U будет найдено единственным образом.

Список литературы

- [1] Феценко С. Ф., Шкиль Н. И., Николенко Л. Д., Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных операторов, Наукова Думка, Киев, 1966.
- [2] Далецкий Ю. Л., Крейн М. Г., Устойчивость решений дифференциальных уравнений в Банаховом пространстве, Наука, Наука, М., 1970.
- [3] Ломов С. А., Введение в общую теорию сингулярных возмущений, Наука, М., 1981, 400 с.
- [4] Ломов С. А., Ломов И. С., Основы математической теории пограничного слоя, Издательство Московского университета, М., 2011, 456 с.
- [5] Рыжих А. Д. “Асимптотическое решение линейного дифференциального уравнение с быстро осциллирующими коэффициентами”, Труды МЭИ, 357 (1978), 92-94.
- [6] Kalimbetov B. T., Safonov V. F., Tuychiev O. D., “Singular perturbed integral equations with rapidly oscillation coefficients”, SEMR, 17 (2020), 2068–2083, DOI: 10.33048/semi.2020.17.138.
- [7] Bobodzhanov A.A., Kalimbetov B. T., Safonov V. F., “Generalization of the regularization method to singularly perturbed integro-differential systems of equations with rapidly oscillating inhomogeneity”, Axioms, 10 (2021), No 1, 40. <https://doi.org/10.3390/axioms10010040>.

ОБЩЕЕ ДРОБНО-ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ СТРУНЫ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ УСЛОВИЯМИ

Бименов М.А.¹, Садыбеков М.А.²

¹Центрально Азиатский Инновационный университет, Шымкент, Казахстан

¹E-mail: bimenov@mail.ru

²Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

²E-mail: sadybekov@math.kz

В докладе рассматривается обобщённое дробное по времени дифференциальное уравнение в частных производных следующего вида:

$$r(x)D_*^\alpha u(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[p(x) \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right] - q(x)u(x, t) + f(x, t), \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq l, \quad (1)$$

с классическими начальными условиями

$$\left. \frac{\partial^k u(x, t)}{\partial t^k} \right|_{t=0+} = g_k(x), \quad k = 0, 1, \dots, m-1, \quad m-1 < \alpha \leq m, \quad (2)$$

и нелокальными краевыми условиями периодического типа

$$\left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} - \left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right|_{x=l} = h_1(t), \quad (3)$$

$$u(x, t) \Big|_{x=0} - u(x, t) \Big|_{x=l} = h_2(t). \quad (4)$$

Здесь D_*^α – дробный по времени дифференциальный оператор в смысле Капуто ($\alpha > 0$), $p(x) > 0$, $r(x) > 0$, $q(x)$ – заданные непрерывные функции на отрезке $[0, l]$, $f(x, t)$, $h_1(t)$, $h_2(t)$, $g_k(x)$ – достаточно гладкие заданные функции, а a_1, a_2, b_1, b_2 – постоянные. Дробный дифференциальный оператор порядка $\gamma > 0$ в смысле Капуто определяется как $D_*^\gamma f(t)$, причём:

$$D_*^\gamma f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(m - \gamma)} \int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t - \tau)^{\gamma+1-m}} d\tau, & \text{если } m - 1 < \gamma < m, \\ \frac{d^m f(t)}{dt^m}, & \text{если } \gamma = m. \end{cases} \quad (5)$$

Дробное по времени дифференциальное уравнение (1), а также начальные условия (2) являются весьма общими, и многие начально-краевые задачи для различных частных случаев краевых условий были исследованы. Наиболее близкой по тематике является работа [1], в которой рассмотрена начально-краевая задача для уравнения (1) с начальными условиями (2) и краевыми условиями типа Штурма

$$\left[b_1 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + a_1 u(x, t) \right] \Big|_{x=0} = h_1(t), \quad \left[b_2 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + a_2 u(x, t) \right] \Big|_{x=l} = h_2(t). \quad (6)$$

Особенностью рассматриваемой нами задачи являются краевые условия периодического типа (3)-(4).

Во многих работах различными авторами были исследованы процессы дробного релаксации и колебаний по времени, а также дробные по времени процессы диффузии и волновые процессы. За последние годы привлекли внимание дробственное броуновское движение, дробные уравнения Ланжевена и дробные уравнения Фоккера–Планка. Уравнение дробной диффузии–волны было введено в физику для описания диффузионных процессов в средах с фрактальной геометрией, дробных диффузионных волн в вязкоупругих твёрдых телах, демонстрирующих ползучесть по степенному закону, а также аномальной диффузии и релаксации, которые наблюдаются в различных физических системах, таких как транспорт заряда в неупорядоченных полупроводниках и квантовых точках, динамика релаксации белков, электрохимия, биомедицина и др.

Во многих публикациях изучены свойства дробных интегральных и дифференциальных операторов, а также функций Миттага–Леффлера, причём полученные результаты используются для моделирования различных физических явлений.

Настоящий доклад посвящен развитию исследований на случай нелокальных краевых условий по пространственной переменной.

Работа выполнена по проекту грантового финансирования КН МНВО AP26194859.

Список литературы

- [1] Sandev T., Tomovski Ž., “The general time fractional wave equation for a vibrating string”, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, 43:5 (2010), 055204 (12pp).

О ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ СОЛЕНОИДАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Дженалиев М.Т.¹, Ергалиев М.Г.², Иманбердиев К.Б.³, Серик А.М.⁴

^{1,2,3,4} Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

¹ E-mail: muvasharkhan@gmail.com

² E-mail: ergaliev.madi.g@gmail.com

³ E-mail: kanzharbek75ikb@gmail.com

⁴ E-mail: serikakerke00@gmail.com

Для численного решения граничных задач для уравнений Стокса и Навье-Стокса является важным построение системы соленоидальных функций, обладающих свойством фундаментальности. В докладе предлагается один из подходов указанного построения.

Пусть $x = (x_1, \dots, x_d) \in \Omega \subset \mathbb{R}^d$, $d \geq 2$, – открытая ограниченная (односвязная) область с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$.

Пространства $W_2^m(\Omega)$ и $\overset{\circ}{W}_2^m(\Omega)$, $m \geq 0$ – целое число.

$$W_2^m(\Omega) = \{v \mid \partial_x^{|\alpha|} v \in L^2(\Omega), |\alpha| \leq m\},$$

$$\overset{\circ}{W}_2^m(\Omega) = \{v \mid v \in W_2^m(\Omega), \partial_{\vec{n}}^j v = 0, j = 0, 1, 2, \dots, m-1\},$$

где

$$\partial_x^{|\alpha|} = \partial_{x_1}^{\alpha_1} \dots \partial_{x_d}^{\alpha_d}, |\alpha| = \sum_{j=1}^d \alpha_j, \partial_{x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j},$$

\vec{n} – внешняя нормаль к $\partial\Omega$.

Постановка спектральной задачи. Пусть $\Omega_1 = \{x_{k0} < x_k < x_{kd}, k = 1, \dots, d\}$ – заданный d -мерный прямоугольный параллелепипед, x_{k0}, x_{kd} , $k = 1, \dots, d$ – заданы. Рассмотрим следующую спектральную задачу для дифференциального оператора четвертого порядка.

$$\sum_{k=1}^d \partial_{x_k}^4 U = \lambda^2 (-\Delta) U, \quad x \in \Omega, \quad (1)$$

$$U(x)|_{\partial\Omega} = \partial_{\vec{n}} U(x)|_{\partial\Omega} = 0. \quad (2)$$

Определение 1 Обозначим через $V_1(\Omega)$ и $V_2(\Omega)$ гильбертовы пространства соответственно со скалярными произведениями

$$(\nabla u, \nabla v)_{L^2(\Omega)} \quad \forall u, v \in \overset{\circ}{W}_2^1(\Omega) \quad (3)$$