

что связано с уменьшением перепада давления в связи с уменьшением разности «высот» между вершиной и опущенной областью. Во втором случае (рис. 5) горизонтальная скорость перемещения веществ слоя направлена в отрицательном направлении; из-за таких перемещений веществ слоя происходит поднятие опущенных областей; причем ее абсолютная величина меньше, чем скорость для первого случая. С течением времени скорость в этой области становится очень малой и практически отсутствует движение веществ слоя.

3. Результаты решения данной задачи могут быть использованы для описания процесса, происходящего в земной литосфере, когда движение вверх остывших мантийных веществ останавливается и происходит некоторое обратное движение, т.е. опускание куполообразных поднятий мантийных веществ.

4. Задача механики, рассмотренная здесь, и результаты ее решения могут быть также использованы для модельного исследования процесса появления оползней.

Список литературы

1. Добрецов Н.Л., Кирдяшкин А.Г., Кирдяшкин А.А. Глубинная геодинамика. 2-е изд. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, филиал «ГЕО», 2001. — 409 с.
2. Павленкова Н.И. Структура земной коры и верхней мантии и механизм движения глубинного вещества // Электронный научно-информационный журнал «Вестник ОГГГН РАН». — М., 2001. — № 4 (19). — 18 с.
3. Куралбаев З.К. Модельное исследование влияния локального поднятия мантийных веществ на тектоносферу // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. — Новосибирск, 2005. — № 1. — С. 22–37.
4. Куралбаев З.К. Модельное исследование тектонических движений в системе «литосфера-астеносфера». — Алматы: «TST-companу», 2008. — 212 с.

УДК 539.3

И.А.Самойлова

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

АВТОМАТИЗАЦИЯ РАСЧЕТА ПЛОСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С ОТВЕРСТИЯМИ

Мақала ақырлы элементтер әдісі арқылы ойықты конструкцияның жазық элементін есептеуді автоматтандыруға арналған. Конструкцияның жазық элементінің есептеу алгоритмі ұсынылған. Квадрат және дөңгелек жазық ойықты элементтердің кернеулік және деформациялық күйлері анықталған.

This article is devoted to automation of calculation of plane structural elements with holes of finite element method. The algorithm for calculating planar element design. Identified stress and strain state of rectangular and circular planar elements with holes.

Вычислительные машины (компьютеры) стали необходимым и естественным средством, используемым при проектировании и расчете строительных конструкций. Как известно, все численные и логические операции на ЭВМ выполняются согласно инструкциям, совокупность которых для решения некоторой задачи называется программой. Программирование представляет собой достаточно трудоемкую работу. В строительной механике проблема программирования частично решается путем матричной формулировки задачи.

Настоящая статья посвящена автоматизации расчета плоских элементов конструкций с отверстиями методом конечных элементов. Общая теория вышеуказанного метода при применении к плоским проблемам теории упругости становится значительно проще, поскольку все геометрические и физические величины зависят только от двух аргументов [1].

Рассмотрим плоский элемент конструкции в декартовой системе координат ($0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$). Нагрузка, действующая на плоский элемент, произвольная. Опирающие по контуру могут быть шар-

нирными, заземленными и упругими (частный случай — свободный край). В общем случае элемент имеет отверстие прямоугольной или круглой формы. Плоский элемент изготовлен из изотропного материала.

Разбиваем плоский элемент конструкции на конечные элементы треугольной формы и производим нумерацию узлов и элементов. При этом исходными данными рассчитываемого элемента являются: N — количество элементов; L — количество узлов; $N1$ — количество узловых перемещений; $N2$ — количество опорных закреплений; $L4$ — количество внешних сосредоточенных сил; $IM(3, N) \rightarrow IM(i, j, k)$ — массив топологии элементов в общей (глобальной системе), где i, j, k — номера узлов данного конечного элемента; $R(2, L) \rightarrow R(x, y)$ — массив координат узлов в общей системе; $KM(L4)$ — массив номеров перемещений, соответствующих внешним силам; $RZ(L4)$ — массив значений внешних сил; $LM(N2)$ — массив номеров перемещений для опорных закреплений; $RN(N)$ — коэффициент Пуассона; $RE(N)$ — модуль упругости.

Алгоритм расчета плоского элемента конструкции сводится к следующему. Путем объединения элементов получим заданный плоский элемент. При этом основная зависимость превращается в разрешающую систему уравнений вида

$$K \cdot \bar{V} = \bar{P},$$

где K — матрица жесткости порядка $N1 * N1$; \bar{V} — вектор узловых перемещений; \bar{P} — вектор внешних узловых сил.

Из решения этой системы находится вектор узловых перемещений, который определяет деформированное состояние

$$\bar{V} = K^{-1} \cdot \bar{P},$$

где K^{-1} — обратная матрица.

Вектор узловых усилий находится по следующей формуле:

$$\bar{M} = B \cdot \bar{V},$$

где \bar{M} — вектор усилий; B — матрица внутренних усилий.

Формирование искомых матриц и векторов автоматизировано с помощью программы, составленной на алгоритмическом языке Fortran.

Пример 1. Автоматизация расчета плоского элемента конструкции круглой формы с круговым отверстием.

Рассмотрим плоский элемент конструкции круглой формы с круговым отверстием в центре (рис. 1) в полярной системе координат. Нагрузка — равномерно распределенная по наружному контуру интенсивностью q .

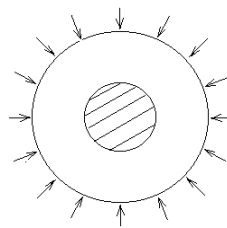


Рис. 1. Плоский элемент конструкции круглой формы с круговым отверстием в центре

Учитывая симметрию, рассмотрим четвертую часть плоского элемента. Покрываем его сеткой, разбиваем на элементы треугольной формы (рис. 2). Стоит отметить, что чем больше число разбиения, тем точнее будет расчет.

Основные параметры, необходимые для проведения расчета, принимают значения: $N=24$, $L=20$, $N1=40$, $N2=8$, $L4=8$ (рис. 2).

Переход от полярной системы координат к декартовой системе на основании формул $x = r \cos \phi$, $y = r \sin \phi$ позволяет заполнить массив исходных данных $R(2, L)$.

В головной программе массивы исходных данных запишутся в следующем виде:

$IM / 1, 2, 6, 2, 7, 6, 2, 8, 7, 2, 3, 8, 3, 4, 8, 4, 9, 8, 4, 10, 9, 4, 5, 10, 6, 12, 11, 6, 7, 12, 7, 8, 12, 8, 13, 12, 8, 14, 13, 8, 9, 14, 9, 10, 14, 10, 15, 14, 11, 12, 16, 12, 17, 16, 2, 18, 17, 12, 13, 18, 13, 14, 18, 14, 19, 18, 14, 20, 19, 14, 15, 20/$

R /0,0, 1,0, 0,3827, 0,9239, 0,7071, 0,7071, 0,9239, 0,3827, 1,0, 0,0, 0,0, 0,75, 0,2870, 0,6929, 0,5303,
 0,5303, 0,6929, 0,2870, 0,75, 0,0, 0,0, 0,5, 0,1914, 0,4620, 0,3536, 0,3536, 0,4620, 0,1914, 0,5, 0,0, 0,0,
 0,25, 0,0957, 0,2310, 0,1768, 0,1768, 0,2310, 0,0957, 0,25, 0,0/
 RE /1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00,
 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00, 1,00/
 RN /0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30,
 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30, 0,30/
 KM /02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09/
 RZ /0,5, 0,3827, 0,9239, 0,7071, 0,7071, 0,9239, 0,3827, 0,5/
 LM /01, 10, 11, 20, 21, 30, 31, 40/

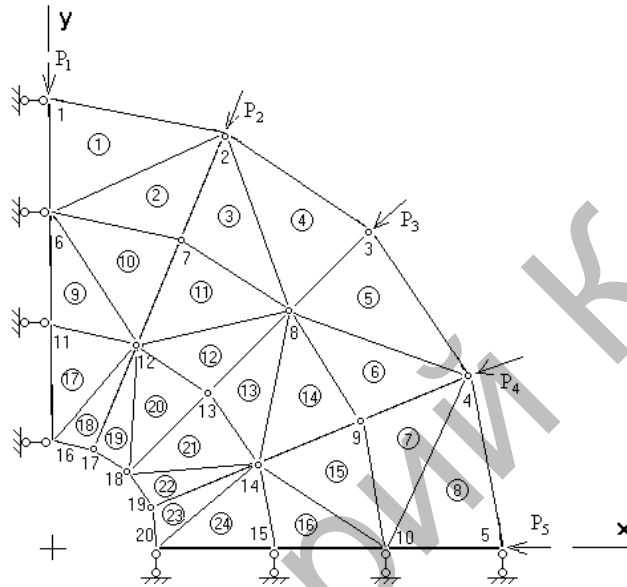


Рис. 2. Конечно-элементная модель четверти круглого плоского элемента с отверстием

В результате расчета программы получены перемещения и напряжения намеченных узловых точек. По ним на рисунке 3 штриховой линией показана общая картина перемещений узлов, а также эпюры нормальных напряжений в двух сечениях конструкции.

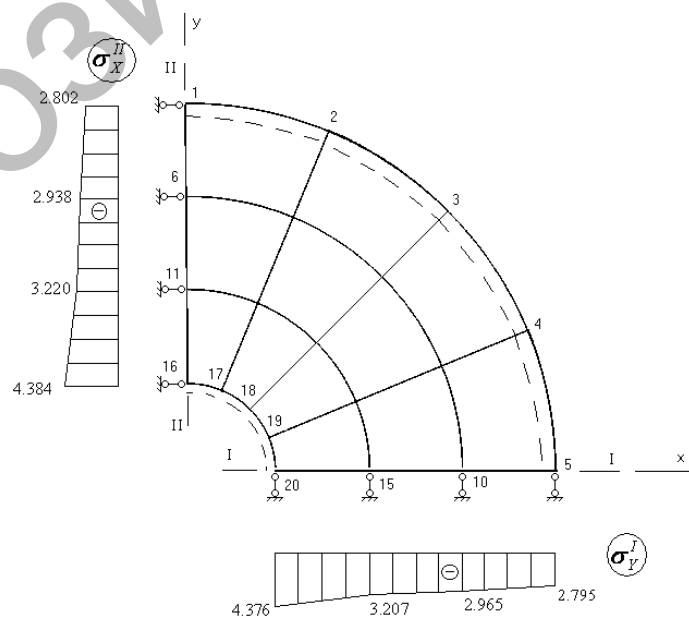


Рис. 3. Напряженно-деформированное состояние круглого плоского элемента с отверстием

Расхождение значений нормальных напряжений в сечениях конструкции обусловлено внутримашинным округлением чисел.

Пример 2. Автоматизация расчета плоского элемента конструкции квадратной формы с круговым отверстием.

Рассмотрим задачу об однородном растяжении тонкого первоначально квадратного плоского элемента конструкции с центрально расположенным круговым отверстием (рис. 4). Начало системы координат x, y расположим в центре отверстия, а оси x и y направим параллельно сторонам плоского элемента. Элемент растягивается в направлении оси x .

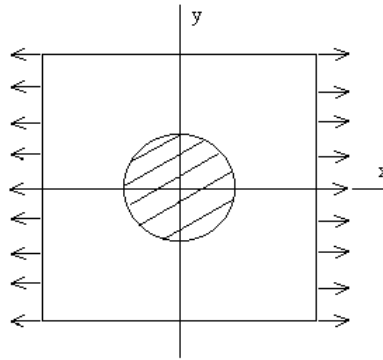


Рис. 4. Квадратный плоский элемент конструкции с центрально расположенным круговым отверстием

На рисунке 5 показана конечно-элементная модель четверти рассматриваемого плоского элемента конструкции.

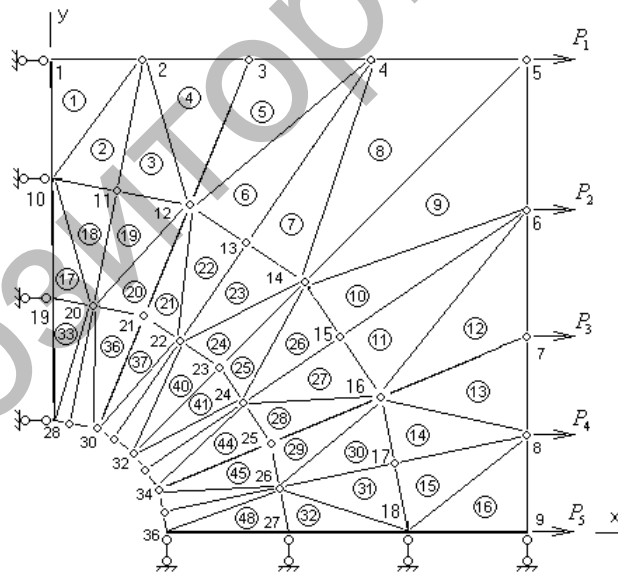


Рис. 5. Конечно-элементная модель четверти квадратного плоского элемента с отверстием

Основные параметры, необходимые для заполнения исходных данных, принимают значения: $N=48, L=36, N1=72, N2=8, L4=5$.

Тогда массивы исходных данных запишутся в следующем виде:

$IM /1, 2, 10, 2, 11, 10, 2, 12, 11, 2, 3, 12, 3, 4, 12, 4, 13, 12, 4, 14, 13, 4, 5, 14, 5, 6, 14, 6, 15, 14, 6, 16, 15, 6, 7, 16, 7, 8, 16, 8, 17, 16, 8, 18, 17, 8, 9, 18, 10, 20, 19, 10, 11, 20, 11, 12, 20, 12, 21, 20, 12, 22, 21, 12, 13, 22, 13, 14, 22, 14, 23, 22, 14, 24, 23, 14, 15, 24, 15, 16, 24, 16, 25, 24, 16, 26, 25, 16, 17, 26, 17, 18, 26, 18, 27, 26, 19, 20, 28, 20, 29, 28, 20, 30, 29, 20, 21, 30, 21, 22, 30, 22, 31, 30, 22, 32, 31, 22, 23, 32, 23, 24, 32, 24, 33, 32, 24, 34, 33, 24, 25, 34, 25, 26, 34, 26, 35, 34, 26, 36, 35, 26, 27, 36/$

R /0,0, 1,0, 0,25, 1,0, 0,5, 1., 0,75, 1., 1., 1., 1., 0,75, 1., 0,5, 1., 0,25, 1., 0,0, 0,0, 0,75, 0,1463, 0,7356,
 0,2870, 0,6929, 0,4167, 0,6236, 0,5303, 0,5303, 0,6236, 0,4167, 0,6929, 0,2870, 0,7356, 0,1463, 0,75, 0,0,
 0,0, 0,5, 0,0976, 0,4904, 0,1914, 0,4620, 0,2778, 0,4158, 0,3536, 0,3536, 0,4158, 0,2778, 0,4620, 0,1914,
 0,4904, 0,0976, 0,5, 0,0, 0,0, 0,25, 0,0488, 0,2452, 0,0957, 0,231, 0,1389, 0,2079, 0,1768, 0,1768, 0,2079,
 0,1389, 0,231, 0,0957, 0,2452, 0,0488, 0,25, 0,0/,
 RE /1,00, 1,00, 1,00, ..., 1,00, 1,00, 1,00/,
 RN /0,30, 0,30, 0,30, ..., 0,30, 0,30, 0,30/,
 KM /9, 11, 13, 15, 17/,
 RZ /-0,5, -1,0, -1,0, -1,0, -0,5/,
 LM /1, 18, 19, 36, 37, 54, 55, 72/.

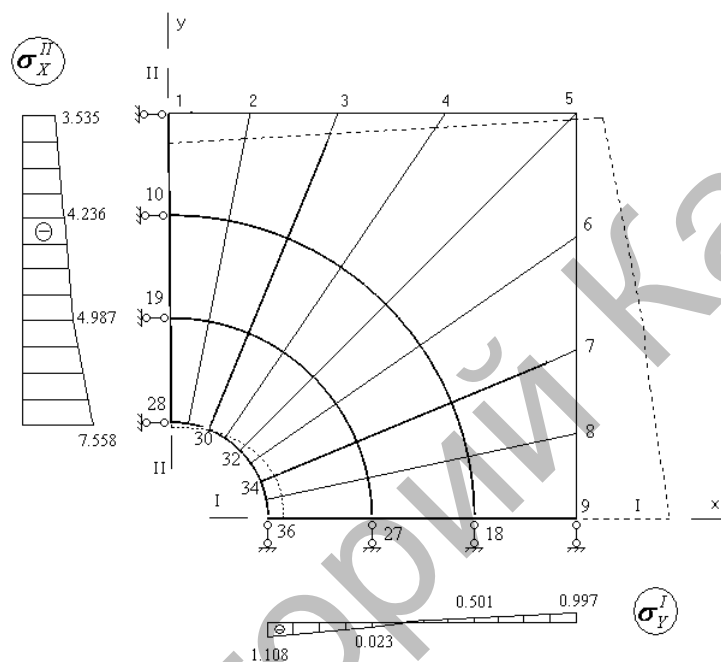


Рис. 6. Напряженно-деформированное состояние квадратного плоского элемента с отверстием

На рисунке 6 штриховой линией показана общая картина перемещений узлов, а также эпюры нормальных напряжений в двух сечениях конструкции.

Таким образом, данная автоматизированная программа позволяет определить напряженно-деформированное состояние плоских элементов конструкций с отверстиями различной формы.

Список литературы

1. Турсунов К.А., Турсунов А.К. Основы расчета плоских элементов конструкций. — Караганда: Изд-во КарГУ, 2002. — 41 с.