

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = q_1(t) \frac{dx(t)}{dt} + q_2(t)x(t) + q_3(t)x(t - \tau) + f(t), \quad t \in [0, T], \quad (1)$$

$$x(t) = x(0) \cdot \varphi_1(t), \quad \frac{dx(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} \Big|_{t=0} \cdot \varphi_2(t), \quad t \in [-\tau, 0], \quad (2)$$

$$x(0) = x(T), \quad \frac{dx(t)}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{dx(t)}{dt} \Big|_{t=T}, \quad (3)$$

где функции $q_i(t)$, $i = \overline{1,3}$, и $f(t)$ непрерывны на $[0, T]$, $\varphi_i(t)$, $i = 1, 2$, - непрерывно дифференцируемые функции такие, что $\varphi_i(0) = 1$, $i = 1, 2$, $\tau > 0$ - постоянное запаздывание.

Решением задачи (1)-(3) является непрерывная на $[-\tau, T]$, дважды непрерывно дифференцируемая на $(0, T)$ функция $x^*(t)$, удовлетворяющая уравнению (1) и условиям (2), (3).

Задача (1)-(3) исследуется методом параметризации [1]. Разработана одна модификация метода параметризации исследования и решения рассматриваемой задачи, учитывающая ее структуру, и установлены условия ее однозначной разрешимости.

Настоящая работа поддержана Министерством образования и науки Республики Казахстан (грант AP 08855726)

Список использованной литературы

1. Dzhumabaev D.S., "Conditions the unique solvability of a linear boundary value problem for an ordinary differential equations", *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, **29**:1 (1989), 34-46.

О РАЗРЕШИМОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

^{1,2} Искакова Н.Б., ² Рысбек А.С., ² Нурылда А.М.

¹Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

²Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы

E-mail: narkesh@mail.ru, aiganym.rysbek@mail.ru, aknur.nurylda@bk.ru

Рассматривается линейная периодическая краевая задача для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)x(t - \tau) + \sum_{j=1}^{n-1} K_j x(j\tau) + f(t), \quad t \in [0, T], \quad x \in R^2, \quad (1)$$

$$x(t) = \text{diag}[x(0)] \cdot \varphi(t), \quad t \in [-\tau, 0], \quad (2)$$

$$x(0) = x(T), \quad (3)$$

где матрицы второго порядка $A(t)$, $B(t)$ и вектор-функция $f(t)$ непрерывны на $[0, T]$, вектор-функция $\varphi(t)$ - непрерывно дифференцируемая, такая что $\varphi_i(0) = 1$, $i = 1, 2$, $\tau > 0$ - постоянное запаздывание, τ раз укладывающаяся на $[0, T]$, матрицы K_j , $j = \overline{1, n-1}$, - постоянные, $\|A(t)\| \leq \alpha$, $\|B(t)\| \leq \beta$, где $\alpha, \beta - \text{const}$.

Решением задачи (1)-(3) является непрерывная на $[-\tau, T]$, непрерывно дифференцируемая на $(0, T)$ функция $x^*(t)$, удовлетворяющая уравнению (1) и условиям (2), (3).

Задача (1)-(3) исследуется методом параметризации [1]. Исследуемая краевая задача сводится к эквивалентной краевой задаче для нагруженного дифференциального уравнения с параметрами. При фиксированном значении параметра решается задача Коши для нагруженного дифференциального уравнения. Используя фундаментальную матрицу дифференциальной части уравнения и предполагая однозначную разрешимость задачи Коши, исходная краевая задача сводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных параметров. Существование решения этой системы обеспечивает разрешимость задачи (1)-(3).

Настоящая работа поддержана Министерством образования и науки Республики Казахстан (грант AP 08855726)

Список использованной литературы

1. Dzhumabaev D.S., "Conditions the unique solvability of a linear boundary value problem for an ordinary differential equations", *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 29:1 (1989), 34-46.

О РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ СО СМЕШАННЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ С ПОСТОЯННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО ВРЕМЕНИ

^{1,2} Искакова Н.Б., ^{1,3} Темешева С., ² Тыныштықбай А.К.

¹Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

²Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы

³Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы

E-mail: narkesh@mail.ru, temeshevasvetlana@gmail.com, abylay.tynyshtykbay@fizmat.kz

Рассматривается нелинейная нелокальная двухточечная краевая задача для системы гиперболических уравнений со смешанными производными с постоянным запаздыванием по времени

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} = A_1(x,t) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + A_2(x,t) \frac{\partial u(x,t-\tau)}{\partial x} + A_3(x,t)u(x,t) + f(x,t), (1)$$

$$(x,t) \in \Omega_T = [0, \omega] \times [0, T],$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \text{diag} \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{t=0} \right) \cdot \varphi(x,t), \quad (x,t) \in \Omega_\tau = [0, \omega] \times [-\tau, 0], \quad (2)$$

$$g \left(x, \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{t=0}, \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{t=T} \right) = 0, \quad x \in [0, \omega], \quad (3)$$

$$u(0,t) = \psi(t), \quad t \in [-\tau, T], \quad (4)$$

где $(n \times n)$ -матрицы $A_k(x,t)$, $k = \overline{1,3}$, и вектор-функция $f(x,t)$ непрерывны на $[0, \omega] \times [0, T]$, $\varphi(x,t): [0, \omega] \times [-\tau, 0] \rightarrow R^n$ — непрерывно-дифференцируемая по t и непрерывная по x вектор-функция такая, что $\varphi_i(x, 0) = 1$, $i = \overline{1, n}$, τ — постоянное запаздывание, $\|A_k(x,t)\| \leq \alpha_k$, где $\alpha_k = \text{const}$ ($k = \overline{1,3}$), $\Omega = \Omega_\tau \cup \Omega_T$, $\Omega_0 = \{(x,t): x \in [0, \omega], t = 0\}$.

Функция $u(x,t) \in C(\Omega, R^n)$, имеющая частные производные $\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \in C(\Omega \setminus \Omega_0, R^n)$, $\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} \in C(\Omega_T \setminus \Omega_0, R^n)$ называется классическим решением задачи (1)-(4), если она удовлетворяет системе гиперболических уравнений со смешанными производными с постоянным запаздыванием по времени (1) при всех $(x,t) \in \Omega_T$ и условиям (2)-(4).

Введением новой функции $v(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$ задача (1)-(3) сводится к эквивалентной задаче

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = A_1(x,t)v(x,t) + A_2(x,t)v(x,t-\tau) + A_3(x,t)(\psi(t) + \int_0^x v(\xi,t)d\xi) + f(x,t), \quad (x,t) \in \Omega_T, \quad (5)$$

$$v(x,t) = \text{diag}(v(x,0)) \cdot \varphi(x,t), \quad (x,t) \in \Omega_\tau, \quad (6)$$

$$g(x, v(x,0), v(x,T)) = 0, \quad x \in [0, \omega], \quad (7)$$

которая представляет собой семейство краевых задач для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом с параметром семейства $x \in [0, \omega]$.

Если функция $v(x,t)$ является решением задачи (5)-(7), то функция $u(x,t) = \psi(t) + \int_0^x v(\xi,t)d\xi$ есть решение задачи (1)-(4).

Задача (5)-(7) исследуется методом параметризации [1]. Эквивалентность задач (1)-(4) и (5)-(7) позволила построить алгоритм нахождения решения задачи (1)-(4) и установить условия ее разрешимости.