References

1 *Beysebayev A.K., Ignatik G.S.* Finding the optimal design of multi-span option of statically indeterminate beams // Bulletin of University of Karaganda. — Series Mathematics. — 2007. — № 1 (45). — P. 71–76.

2 *Trofimovich V.V., Permyakov V.A.* Design of prestressed cable-stayed systems: The textbook for higher education institutions. — Kiev: Budivelnik, 1970. — P. 140.

3 *Beysebayev A.K.* Numerical modeling of problems of mechanics of elements of constructions: Method. grant. — Karaganda: KSU Publishing house, 2002. — P. 144.

4 The management to a practical training at the rate of construction mechanics (a statics of rod systems) // Under the editorship of G.K.Klein. — Moscow: The higher school, 1980. — P. 384.

А.Қ.Бейсебаев, Р.Ш.Телгузинова, Т.В.Заикина

Ванттық-арқалықтық біріктірілген конструкцияның синтезі

Мақалада біріктірілген конструкция материалының сыйымдылығы жағынан оңтайлы есептеу реті ұсынылады. Жобалау параметрлері тиімділеу есебін есептеу негізінде анықталған. Серпімді элементтерді және геометриялық параметрлердің тиімді мәндерін қолдану нәтижесінде бірқалыпты таралған жүктемемен жүктелген арқалық жуықтап алғанда тең моментті болып шықты. Жүктемені түсіргенде қатқылдық арқалықтың ішкі күштері азаятыны көрсетілген.

A.K.Beiysebayev, R.Sh.Telguzinova, T.V.Zaikina

Synthesis of the guyed-beam combined construction

The procedure for calculating the optimum in terms of material capacity of the combined construction is offered. The design parameters are determined on the basis of the solution of a problem of optimization. The result of the use of elastic elements and rational values of geometrical parameters is the beam of the rigidity loaded by evenly distributed load, which has turned out almost with the same moments. It is shown that in case of unloading, efforts in a beam of rigidity decrease.

УДК 37.022:681.3 (075.8)

Т.С.Григорьева, Т.В.Заикина

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: besti_07@mail.ru)

Использование некоторых геометрических преобразований при решении задач оптимизации в планиметрии

В статье рассматриваются задачи оптимизации в курсе планиметрии и методика их решения при помощи геометрических преобразований. В процессе решения таких задач показан выбор нужного вида геометрического преобразования. Кроме того, рассмотрена постановка экстремальных задач в школьном курсе планиметрии, направленная на воспитание исследовательской культуры учащихся. Все решения таких задач предлагаются на уровне исследования математической модели и на уровне исследования реальной ситуации с использованием оптимизационных средств.

Ключевые слова: геометрические экстремальные задачи, оптимизация, осевая симметрия, кратчайший путь, параллельный перенос.

В прикладной направленности математики большую роль призвана сыграть геометрия. Однако в преподавании геометрии недостаточно используются возможности применения геометрического материала к решению прикладных задач. Поэтому целесообразно при обучении геометрии включать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений уже на начальных этапах. Такое раннее введение задач на максимум и минимум позволит выработать у учащихся (при продолжении этой деятельности в последующих классах) умения и навыки в оценке оптимальных условий. При встрече с задачами на нахождение наибольшего и наименьшего значений учащиеся чаще всего не могут самостоятельно их решить. Здесь дело не столько в сложности данных задач, сколько в их необычности, и поэтому учащиеся испытывают затруднения при отыскании способов решения. Между тем данное затруднение можно устранить, если продумать систему подготовительных упражнений, способствующую успешному нахождению решений указанных выше задач.

При решении геометрических экстремальных задач приходится не только использовать известные теоремы, но и проводить различные геометрические преобразования. В настоящее время в геометрии большое значение имеют конструктивные навыки, при помощи которых учащиеся овладевают методами преобразования одних геометрических фигур в другие и постепенно знакомятся с важной идеей геометрического преобразования, которое является аналогом функциональной зависимости в геометрии. Наличие необходимых знаний еще не является достаточным условием успешного использования их на практике, для этого необходимо овладеть умениями использовать знания в конкретных ситуациях. Поэтому формированию умения использовать геометрические преобразования при решении задач должно быть уделено самое серьезное внимание. Для разработки методики формирования умения необходимо выявить его компоненты, что позволит осуществить поэлементное формирование этого умения. Компоненты умения в использовании метода геометрических преобразований могут быть выявлены путем анализа решения конкретных задач. Анализ решения задач позволил выделить те умения, которые будут способствовать формированию навыков решения задач оптимизации с применением осевой симметрии, параллельного переноса.

Учащиеся должны уметь:

а) строить образы фигур при симметрии, параллельном переносе;

б) видеть соответственные при указанном отображении точки на соответственных при том же отображении фигурах;

в) выделять элементы, определяющие отображение: ось симметрии, направление параллельного переноса;

г) строить соответственные при указанном отображении точки на произвольных фигурах.

Формирование умений решать задачи оптимизации с применением геометрических преобразований требует от учащихся активного использования знаний, развивает инициативу, геометрическую интуицию и мышление учащихся.

Наиболее часто используется осевая симметрия. Осевая симметрия — это первый из видов движения, преобразования, с которым учащиеся встречаются в систематическом курсе геометрии.

Чтобы показать учащимся важность и необходимость умений и навыков в построении симметричных относительно оси точек и фигур, полезно предложить им задачи такого вида [1].

Задача 1. Постройте отрезок MN с концами $M(2;5)$ и $N(5;-1)$. Постройте отрезок, симметричный MN относительно оси Ox.

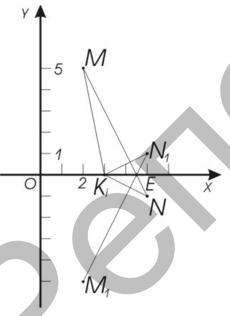

Рисунок 1

Решение. Используя координаты точек M и N, можно сразу построить отрезок M_1N_1, симметричный MN относительно оси Ox. Концы отрезка M_1N_1 будут иметь координаты $M_1(2;-5)$, $N_1(5;1)$ (рис. 1).

Расширяя содержание этой задачи, можно дать дополнительное задание — сравнить длины отрезков:

$$MN \text{ и } ME+EN_1;$$
$$MN \text{ и } MK_i+K_iN;$$
$$MN \text{ и } ME+EN;$$
$$M_1N_1 \text{ и } M_1E+EN_1,$$

где K_i принадлежит лучу Ox.

Отвечая на поставленные вопросы, ученики устанавливают, что $EN=EN_1$, $ME=ME_1$, потому что эти отрезки симметричны относительно Ox. Таким образом, выясняется, что

$$MN=M_1N_1=ME+EN=ME+EN_1\le MK_i+K_iN.$$

Следовательно, сумма $ME+EN_1$ не больше любой длины ломаной MK_i+K_iN, где $K_i\in Ox$, т.е. $MK_i+K_iN\ge MN$. $\min(MK_i+K_iN)=MN$.

Этот вывод используется в решении задач на геометрические экстремумы с применением осевой симметрии.

Задача 2. Даны прямая Ox и две точки A и B, лежащие по одну сторону от нее. Найдите кратчайший путь из A в B с заходом на прямую Ox.

Решение. Воспользуемся рассуждениями предыдущей задачи. Предположим, что искомая точка K_i найдена, а расстояние $AK_i + K_iB$ считаем переменным (это означает, что точка K_i перемещается по Ox) (рис. 2).

Сформулированный вывод предыдущей задачи позволяет обнаружить, в каком случае сумма $AK_i + K_iB$ принимает наименьшее значение, а именно: вместо расстояния $AK_i + K_iB$ лучше искать расстояние $AK_i + K_iB_1$, так как они обладают одинаковыми свойствами. А это, в свою очередь, дает возможность сделать вывод о том, что $AK_i + K_iB_1 \geq AB_1$, т.е. $\min(AK_i + K_iB_1) = AB_1$.

Рассмотренная задача — одна из фундаментальных среди экстремальных геометрических задач. Идея ее решения может быть использована учениками при решении многих задач, в частности таких [2].

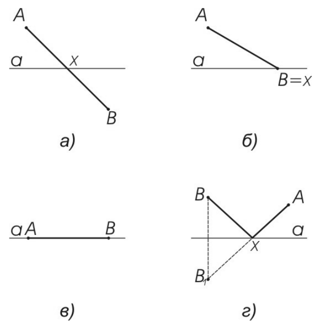

Рисунок 2

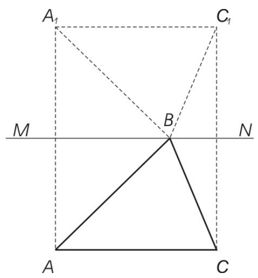

Рисунок 3

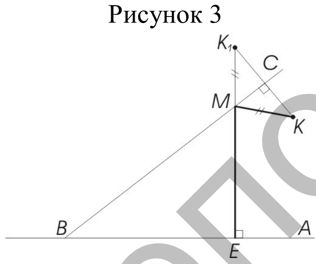

Рисунок 4

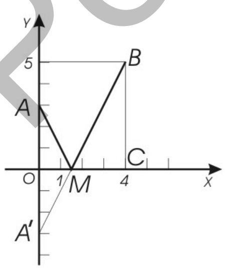

Рисунок 5

Задача 3. На данной прямой построить точку, сумма расстояний которой от двух данных точек была бы наименьшей.

Решение. Здесь представляется необходимым рассмотреть четыре случая (рис. 2):

а) точки лежат по разные стороны от данной прямой;

б) одна из точек лежит на данной прямой;

в) обе точки лежат на данной прямой;

г) точки лежат по одну сторону от данной прямой.

Задача 4. Построить треугольник наименьшего периметра из всех равновеликих треугольников с общим основанием.

Решение. Построим треугольник, симметричный одному из исходных треугольников ABC относительно оси MN, параллельной основанию AC и проходящей через вершину B (рис. 3).

Тогда периметр, равный $CA + AB + BC_1$ будет наименьшим, если AC_1 — отрезок прямой, т.е. когда ΔABC равнобедренный. Построение очевидно.

Задача 5. Дорога AB пересекает реку BC под острым углом. Всадник находится в точке K внутри угла ABC. Конь хочет пить, а всадник спешит выехать на дорогу AB. В каком месте реки он должен напоить коня, чтобы как можно скорее попасть на дорогу?

Решение. Решение задачи очевидно из рисунка (рис. 4).

При изучении темы «Метод координат» можно предложить учащимся задачи на нахождение наибольшего или наименьшего значения, в решении которых может быть применена осевая симметрия.

Задача 6. Даны точки $A(0;3)$, $B(4;5)$. Найдите на оси Ox точку M такую, чтобы сумма $AM + MB$ была наименьшей.

Решение. Построим точку A', симметричную точке A относительно оси Ox. $A'(0;-3)$; $A'M = AM$ (рис. 5).

Тогда $l = AM + MB = A'M + MB = \sqrt{x^2 + 3^2} + \sqrt{(4-x)^2 + 5^2}$.

Так как $\Delta OAM = \Delta OA'M$ и $\Delta A'OM \cong \Delta MBC$, то

$$\left(\frac{OA}{OM} = \frac{BC}{MC}\right) \Rightarrow \left(\frac{3}{x} = \frac{5}{4-x}\right) \Rightarrow (8x = 12) \Rightarrow (x = 1{,}5); \quad M(1{,}5;0).$$

Параллельный перенос применяется не только для решения задач вычислительного характера, на доказательство, но и для решения задач оптимизации. Сущность параллельного переноса состоит в следующем: при анализе какую-нибудь фигуру подвергаем параллельному переносу на некоторое расстояние в определенном направлении, в результате чего получаем вспомогательную фигуру, построение которой или очевидно, или не представляет затруднений. После этого производим обратный перенос и получаем искомую фигуру. Здесь же разъясняется, что параллельный перенос фигуры на некоторое расстояние означает, что все ее точки смещаются на одинаковое расстояние в определенном направлении. Следовательно, для определения параллельного переноса нужно знать направление и величину переноса.

Параллельный перенос применяется чаще всего при решении задач на нахождение кратчайшего расстояния между данными точками, которое зависит от расположения соответствующего отрезка [3].

Задача 7. Где надо построить мост через реку с прямолинейными взаимно параллельными берегами, чтобы дорога между селениями A и B, расположенными по разные стороны реки, была кратчайшей?

Решение. Разъясняем, что мост располагается перпендикулярно берегам реки (рис. 6).

Представим, что один из берегов реки, например b, вместе с населенным пунктом B перенесен параллельно отрезку, перпендикулярному берегу реки, к другому берегу так, чтобы края реки слились в одну прямую. Точка B переносится вдоль направления моста на расстояние, равное его длине, в точку B_1. Соединяем точки A и B_1. Точку пересечения отрезка AB_1 с берегом реки обозначим буквой C. После этого берег реки b перенесем в начальное положение. При этом точка B_1 вернется в точку B, точка C перейдет в точку D, которая определит положение моста, и отрезок B_1C займет положение отрезка BD. Ломаная $ACDB$ будет кратчайшим путем от A до B (через мост CD). Длина пути равняется сумме длин отрезков AB_1 и CD.

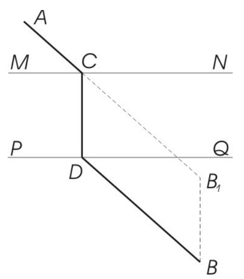

Рисунок 6

Покажем, что ломаная $ACDB$ будет кратчайшим путем от A до B (через мост CD). Пусть мост проходит через две другие точки M и N. Тогда путь из точки A в точку B представляет собой ломаную $AMNB$. Для сравнения ломаных $ACDB$ и $AMNB$ выполним параллельный перенос берега b к другому берегу реки на расстояние, равное длине моста MN. При этом точка N перейдет в точку M, точка B — в точку B_1, отрезок BN — в отрезок B_1M. Длина пути из точки A в точку B будет равняться сумме длины ломаной AMB_1 и длины моста. Длина ломаной AMB_1 больше длины отрезка AB_1, и, следовательно, путь из точки A в точку B через мост MN будет длиннее, чем через мост CD.

Эта задача допускает интересное обобщение на случай двух мостов через два канала. Пусть селения A и B разделены двумя каналами с прямолинейными попарно взаимно параллельными берегами $MN//M_1N_1$ и $PQ//P_1Q_1$. Где надо построить мосты на этих каналах, чтобы дорога между селениями A и B была кратчайшей?

В этом случае можно точку A перенести в направлении, перпендикулярном MN, на расстояние, равное ширине канала MN, а точку B — в направлении, перпендикулярном PQ, на расстояние, равное ширине канала PQ. Но можно решать, подвергая одну из точек параллельному переносу в указанных направлениях дважды (рис. 7).

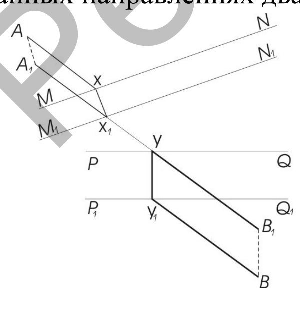

Рисунок 7

Показывая практические приложения конструктивных задач, мы делаем курс геометрии более понятным и интересным для учащихся. В процессе решения таких задач у учащихся формируется представление о методе геометрических преобразований как обобщенном методе решения задач, вырабатывается критерий выбора нужного вида геометрического преобразования для выявления различных зависимостей, позволяющих представить различные способы выбора оптимизируемой величины. Накапливается опыт в использовании геометрических преобразований в конкретных ситуациях. Такая постановка экстремальных задач способствует расширению сферы приложений учебного материала для внутрипредметных и межпредметных связей, повышает роль этих задач [4].

References

1 *Mazanik A.A.* Tasks for the construction of the geometry of the eight-year school: A Handbook for teachers. — 2-nd revised edition. — Minsk: The People's education, 1967.

2 *Nagibin F.F.* Extremes: Handbook for high school students. — Moscow: Education, 1966.

3 *Natanson I.P.* The simplest task to the maximum and minimum. — Moscow: State Publishing House of Technical and Theoretical Literature, 1950.

4 *Friedman L.M.* Methods of teaching the solution of mathematical tasks // Math in school. — 1991. — № 5.

Т.С.Григорьева, Т.В.Заикина

Планиметриядағы оңтайландыру есептерін шешуде кейбір геометриялық түрлендірулерді қолдану

Мақалада планиметрия курсындағы оңтайлы есептер және оларды қолданбалы есептер көмегімен шешу әдістемесі қарастырылды. Мұнда оқушылардың түйсігін дамытатын, дәлелді қорытындылауды қажет ететін есептер берілген. Сонымен қатар оқушылардың зерттеу мәдениетін тәрбиелеуге бағытталған мектеп планиметрия курсындағы экстремалды есептердің қойылымы көрсетілген. Мұндай есептердің барлық шешімдері математикалық модельдерді зерттеу және нақты жағдайларда тиімділеу құралдарын қолдануды зерттеу деңгейінде ұсынылды.

T.S.Grigorieva, T.V.Zaikina

Using some geometric transformations for solving optimization problems in plane geometry

In this article there are tasks of optimization in planimetry course that are described by authors. It’s also devoted to methods of making it by supporting tasks. In the article we can find some tasks that can let us develop intuition of pupils, learn them to draw sound conclusions. Moreover, authors tried to pay attention to making extremal tasks in school planimetry course that can make pupils exercise their culture of research. All the solutions of the tasks take part on the level of research of the mathematical model and on the level of research of the real systems by optimization tools.

УДК 004: 378.14

О.А.Кан[1], С.К.Жумагулова[2]

[1]*Карагандинский государственный технический университет;*
[2]*Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: — saulesha_81@mail.ru)*

Методические аспекты создания автоматизированных обучающих систем

В статье рассмотрены методические аспекты создания автоматизированных обучающих систем (АОС), проведен анализ уровней усвоения учебного материала, предложены способы формирования вопросов и ввода ответов, которые целесообразно использовать в автоматизированных обучающих системах. Выделены перспективы развития АОС в настоящее время. Представлены уровни степени усвоения учебного материала. Предложен способ программной реализации вопросов и проверки ответов. Представлены примеры программной реализации вопросов по системам счисления и логическим операциям.

Ключевые слова: автоматизированные обучающие системы, информационные технологии, компьютеризация курса, обучающая среда, организация теста.

В настоящее время наблюдается широкое внедрение информационных и компьютерных технологий в сфере образования. Проникновение современных информационных технологий в сферу образования позволяет качественно изменить содержание, методы и организационные формы обучения.