$$\|b\|_* = \sup_{Q\subset \mathbb{R}^n} \frac{1}{|Q|}\int_Q |b(x)-b_Q|dx = \sup_{Q\in \mathbb{R}^n} M(b,Q) < \infty,$$

где Q - куб из $\mathbb{R}^n$ и $b_Q = \frac{1}{|Q|}\int_{\mathbb{R}^n} f(y)dy$.

Через $VMO(\mathbb{R}^n)$ обозначим BMO-замыкание пространства $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$, где $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ множество всех функций из $C^\infty(\mathbb{R}^n)$ с компактным носителем.

Теорема 1. Пусть $1\le p_1 < p_2 < \infty$, $\alpha = n(\frac{1}{p_1}-\frac{1}{p_2})$, или $1\le p_1<\infty$, $1\le p_2<\infty$ и $n(\frac{1}{p_1}-\frac{1}{p_2}) < \alpha < \frac{n}{p_1}$, $\alpha < n(1-\frac{1}{p_2})$, $0<\theta_1\le\theta_2\le\infty, \theta_1\le 1, w_1\in\Omega_{p_1\theta_1}, w_2\in\Omega_{p_2\theta_2}$, и пусть

$$\left\| w_2(r)\frac{r^{\frac{1}{p_2}}}{(t+r)^{\frac{n}{p_1}-\alpha}}\right\|_{L_{\theta_2}(0,\infty)} \le c\|w_1(r)\|_{L_{\theta_1}(t,\infty)}$$

для всех $t>0$, где $c>0$ не зависит от t. Тогда оператор I_α ограничен из $LM^{w_1}_{p_1\theta_1}$ в $LM^{w_2}_{p_2\theta_2}$.

Данная работа финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант №AP14969523).

Список использованной литературы

1 Bokayev N., Burenkov V.I. Matin D.T. On precompactness of a set in general local and global Morrey-type spaces // Eurasian Mathematical Journal. - Астана: ЕНУ, 2017. - Vol. 8, №3. - P. 109-115.
2 Bokayev N., Burenkov V.I. Matin D.T. On pre-compactness of a set in general local and global Morrey-type spaces // Internat. conf. on "Operators in Morrey-type spaces and applications" dedic. to 60-th Birthday of Professor Vagif S. Guliyev. - Kirsehir, 2017. - С. 76-77.

ОБ УСЛОВИЯХ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ПРОСТРАНСТВУ ЛОРЕНЦА СУММЫ РЯДОВ ПО СИСТЕМЕ УОЛША С МОНОТОННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Мұхамбетжан М.А.[1], ТургумбаевМ.Ж.[2], Сулейменова З.Р[1]
[1]ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан,
[2]КарУ им. академика Е.А.Букетова, Караганда
manshuk-9696@mail.ru,mentur60@mail.ru,zr_s@mail.ru

Пусть $\{w_n(x)\}_{n=0}^\infty$ –система Уолша-Пэли:

$$\mathrm{w_n(x)} = r_k(x)\prod_{i=0}^{k-1}(r_i(x))^{\varepsilon_i}., \varepsilon_i = \{0,1\}.$$

где $\mathrm{r_k(x)}$ -система Радемахера [1].

Пусть f - интегрируемая на [0,1] функция с рядом Фурье-Уолша

$$f(x) = \sum_{n=0}^\infty a_n\, w_n(x),$$

где $a_n = \int f(t)\, w_n(t)dt$ - коэффициенты Фурье-Уолша

Известна следующая теорема [1].

Теорема А. Для того чтобы ряд $\sum_{m=0}^{\infty} a_n w_n(x)$, где $a_n \downarrow 0$, был рядом Фурье-Уолша некоторой функции $f \in L^p[0,1]$, $1<p<\infty$, необходимо и достаточно, чтобы $\sum_{n=1}^{\infty} c_n n^{p-2} \prec \infty$.

Пусть $1 \leq p$, $q < \infty$. Пространство Лоренца $L_{p,q}[0,1]$ определяется как множество измеримых функций, для которых конечна норма

$$\|f\|_{L_{p,q}} = \left\{ \int_0^1 (t)^{\frac{1}{p}-\frac{1}{q}} f^*(t)^q dt \right\}^{1/q} < \infty,$$

где f^*- невозрастающая перестановка функции f.

Дискретные пространства Лоренца l(p,q) определяется как множество последовательностей $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$, для которых

$$\{a_k\}_{l p,q} = \left\{ \sum a_k^* k^{q/p-1} \right\}^{1/q} < \infty, 1 \leq p, q<\infty,$$

где $\{a_k^*\}$ - невозрастающая перестановка $\{|a_k|\}$.

Теорема 1. Пусть $1 \leq p$, $q<\infty$, $\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = 1$.

Пусть $a_k \downarrow 0$. Для того чтобы функция $W(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k w_k(x)$ принадлежала пространству $L_{p,q}[0,1]$, необходимо и достаточно, чтобы $\{a_k\} \in l(p,q)$.

Теорема 2. Пусть $a_k \downarrow 0$, $1 \leq p$, $q<\infty$, $w(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k w_k(x)$.

Тогда для того, чтобы $\{a_k\} \in l(p,q)$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\int_0^1 |w(t)|^q t^{q/p'} \frac{dt}{t} < \infty.$$

Обозначим $Q_2 = \{\{x_n\}_{n=1}^{\infty}; x_n \cdot n^{-\beta} \downarrow 0$ при некотором $\beta > 0\}$. Такие последовательности называются квазимонотонными. Пусть $\{b_n\}$ - квазимонотонная последовательность.

$$\|\{b_n\}\|_{\|p,q\|} = \begin{cases} \left(\sum_1^{\infty} b_n^q n^{q/p-1}\right)^{1/q}, & q < \infty \\ \sup\limits_{0<n} n^{1/p} b_n, & q = \infty \end{cases}.$$

Теорема 3. Пусть $\{b_n\}$- квазимонотонная последовательность. Тогда для $q \geq 1$ имеет место соотношение:

$$\|\{b_n\}\|_{p,q}^* < \infty \Leftrightarrow \|\{b_n\}\|_{p,q} < \infty.$$

Теорема 4. Пусть $1<p<\infty$, $1 \leq q \leq \infty$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$, $\{b_n\}$ - квазимонотонная последовательность. Обозначим $W(u) = \sum_1^{\infty} b_n w_n(u)$. Тогда

$$\left\|\{b_n\}\right\|_{p,q}^{*} < \infty \Leftrightarrow \left\|W(u)\right\|_{p',q} < \infty .$$

Аналоги теорем 1,2,3,4 для рядов по тригонометрическим системам ранее были доказаны в [2]. Более общее теоремы для рядов по тригонометрическим системам доказаны в [3].

Список использованной литературы

1. Б.И.Голубов, А.В. Ефимов, В.А. Скворцов. Ряды и преобразования Уолша, 1987.

2.Y.Sagher. An application of interpolation theory to Fouries series, Studia Math, 1972, 169-181.

3.M.Dyachenko, A. Mukanov, S.Tikhonov. Hardy-Littlewood theorems for trigonometric series with general monotone coefficients. StudiaMathematica, 250(3), 2020, p. 219-232.

МУЛЬТИПЛИКАТОРЫ КРАТНЫХ РЯДОВ ФУРЬЕ-ХААРА В АНИЗОТРОПНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ЛОРЕНЦА

Тлеуханова Н.Т.[1],Баширова А.Н.[2]

[1]*Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан*

[2]*Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан*

E-mail: tleukhanova@rambler.ru, anar_bashirova@mail.ru

Аннотация. Исследованы мультипликаторы двойных рядов Фурье-Хаара в анизотропных пространствах Лоренца. Получены необходимые и достаточные условия для того чтобы последовательность $\lambda = \left\{\lambda_{k_1 k_2}^{j_1 j_2}\right\}$ принадлежала классу мультипликаторов $m\left(L_{\bar{p},\bar{r}} \quad \to L_{\bar{q},\bar{s}}\right)$.

Пусть X, Y- пространства функций, определенных на отрезке $[0,1]$, таких, что$X \hookrightarrow L_1$. Пусть $\{\varphi_k\}$- полная ортонормированная система. Пусть функции $f \in X$соответствует ее ряд Фурье по данной системе $\{\varphi_k\}$

$$f \sim \sum_{k=1}^{\infty} a_k \varphi_k,$$

где a_k- коэффициенты Фурье функции fпо системе $\{\varphi_k\}$. Будем говорить, что последовательность комплексных чисел $\lambda = \{\lambda_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ является мультипликатором рядов Фурье по системе $\{\varphi_k\}$ из пространства Xв пространство Y, если для функции f ∈ Xс рядом Фурье

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \varphi_k$$

найдется функция $f_\lambda \in Y$, ряд Фурье которой совпадает с рядом

$$\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k a_k \varphi_k$$

и оператор $\Lambda f = f_\lambda$является ограниченным оператором из Xв Y.

Множество $m(X \to Y)$ всех определенных таким образом мультипликаторов является линейным нормированным пространством с нормой $\|\lambda\|_{m(X \to Y\,)} = \|\Lambda\|_{X \to Y}$.

Рассмотрим последовательность $\lambda = \left\{\lambda_k^j\right\}_{(k,j) \in \Omega}$. Всякая последовательность λпорождает оператор Λ, который на полиномах по системе Хаара определяется следующим образом:

$$\Lambda\left(\sum_{k=0}^{N} \sum_{j=1}^{2^k} a_k^j(f)\, \chi_k^j(x)\right) = \sum_{k=0}^{N} \sum_{j=1}^{2^k} \lambda_k^j a_k^j\, \chi_k^j(x).$$