СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НАГРУЖЕННОГО ДВУМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

Амангалиева М.М., Дженалиев М.Т., Иманбердиев К.Б.

Институт математики и математического моделирования КН МОН РК, Алматы, Казахстан

E-mail: muvasharkhan@gmail.com

Изучается задача стабилизации по границе (образующей цилиндра) решения граничной задачи для уравнения теплопроводности с нагруженным двумерным оператором Лапласа.

Пусть $\Omega = \{x, y : -\pi/2 < x, y < \pi/2\}$ – область с границей $\partial\Omega$.

В цилиндре $Q = \Omega \times \{t > 0\}$ с боковой поверхностью $\Sigma = \partial\Omega \times \{t > 0\}$ рассматривается граничная задача для нагруженного уравнения теплопроводности

$$u_t - \Delta u + \alpha u(0, y, t) + \beta u(x, 0, t) = 0, \{x, y, t\} \in Q, \tag{1}$$

$$u(x, y, 0) = u_0(x, y), \{x, y\} \in \Omega, \tag{2}$$

$$u(x, y, t) = p(x, y, t), \{x, y, t\} \in \Sigma. \tag{3}$$

Требуется: найти такую функцию $p(x, y, t)$, чтобы решение граничной задачи удовлетворяло неравенству

$$\|u(x, y, t)\|_{L_2(\Omega)} \le C_0 e^{-\sigma t}, \sigma > 0, t > 0. \tag{4}$$

Рассмотрим спектральные задачи для нагруженного двумерного оператора Лапласа.

В области $Q = \{x, y : -\pi < x < \pi, -\pi < y < \pi\}$ изучаются следующие две спектральные задачи:

$$\begin{cases} -\Delta\varphi(x, y) + \alpha\varphi(0, y) = \lambda\varphi(x, y), \{x, y\} \in Q, \\ \dfrac{\partial^j \varphi(-\pi, y)}{\partial x^j} = \dfrac{\partial^j \varphi(\pi, y)}{\partial x^j}, \dfrac{\partial^j \varphi(x, -\pi)}{\partial y^j} = \dfrac{\partial^j \varphi(x, \pi)}{\partial y^j}, j = 0,1; \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} -\Delta\varphi(x, y) + \alpha\varphi(0, y) + \beta\varphi(x, 0) = \lambda\varphi(x, y), \{x, y\} \in Q, \\ \dfrac{\partial^j \varphi(-\pi, y)}{\partial x^j} = \dfrac{\partial^j \varphi(\pi, y)}{\partial x^j}, \dfrac{\partial^j \varphi(x, -\pi)}{\partial y^j} = \dfrac{\partial^j \varphi(x, \pi)}{\partial y^j}, j = 0,1; \end{cases} \tag{6}$$

где Δ – оператор Лапласа, α, $\beta \in C$ – заданные комплексные числа, $\lambda \in C$ – спектральный параметр.

Одномерный аналог задач (5) и (6) был изучен в работе [1].

Решения спектральных задач (5) и (6) используются для нахождения решения задачи стабилизации (1)–(4).

Список использованных источников

1. *Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.* Стабилизация решения уравнения теплопроводности, нагруженного по нуль-мерным многообразиям, с помощью граничных условий // Математический журнал, 2015. – Т. 15, 4(58). – С. 33–53.