ОБ ОЦЕНКАХ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Алдибеков Т.М.
Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан
E-mail: tamash59@list.ru

Рассматривается нелинейная система дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = A(t)x + f(t,x), \quad t\epsilon I \equiv [t_0, +\infty), \quad x\epsilon R^n, \tag{1}$$

где матрица $A(t)$ непрерывна и удовлетворяет условию

$$\|A(t)\| \le C_A\varphi(t), t \ge t_0,$$

$$C_A > 0,$$

$\varphi(t) > 0$ - непрерывная функция при $t\epsilon I$ и

$$\lim_{t\to\infty} \varphi(t) = 0,$$

интеграл

$$I(\varphi) = \int_{t_0}^{+\infty} \varphi(s)\, ds$$

расходится. Векторная функция $f(t,x)\epsilon C(I \times R^n)$, $f(t,0) = 0$.

$L(\varphi(t))$ - класс векторных функций $f(t,x)$ удовлетворяющих неравенству

$$|f(t,x)| \le \delta(t)|x|, \quad \delta(t) \in C(I),$$

$$\lim_{t\to+\infty} \frac{\delta(t)}{\varphi(t)} = 0.$$

Положим

$$q(t) = \int_{t_0}^{t} \varphi(s)\, ds.$$

Пусть

$$\Omega_0(A,q) = \overline{\lim_{t-s\to\infty}} \frac{ln|X(t,s)|}{q(t)-q(s)}$$

и

$$\omega_0(A,q) = \underline{\lim_{t-s\to\infty}} \frac{ln|X(t,s)|}{q(t)-q(s)}$$

соответственно обобщенное верхнее и обобщенное нижнее особые показатели относительно q, линейной однородной системы дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = A(t)x, \qquad x\epsilon R^n, \qquad t \ge t_0$$

Теорема. Если в нелинейной системе (1) векторная функция $f(t,x)\epsilon L(\varphi(t))$, то для любого $\varepsilon > 0$ существует $d_\varepsilon > 0$, существует $D_\varepsilon > 0$ такое, что равномерно для всех ненулевых решений системы (1) выполняется неравенство

$$d_\varepsilon|x(t_0)|e^{[\omega_0(A,q)-\varepsilon][q(t)-q(t_0]} \le |x(t)| \le D_\varepsilon|x(t_0)|e^{[\Omega_0(A,q)+\varepsilon][q(t)-q(t_0]}$$

при всех $t \ge t_0$.

Репозиторий КарУ