

И.Х.Жарекешев

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы
(E-mail: isa2020@mail.ru)

Статистика спектральных корреляций в квантовом эффекте Холла

Изучена критическая статистика уровней энергии в квантовом эффекте Холла. Вычислены плотность состояний и распределение межуровневых расстояний в центре нижней зоны Ландау для режима сильного магнитного поля. Показано, что статистическая мера — параметр Меты — проявляет скейлинговое поведение. Прямой диагонализацией решеточного гамильтониана оценен критический индекс длины локализации. Обсуждена связь между спектральными флуктуациями и мультифрактальностью волновых функций электрона.

Ключевые слова: электронная проводимость, критические явления, двумерный электронный газ, квантовый эффект Холла, электронная локализация.

1. Введение

В настоящий момент полной теории квантового эффекта Холла (КЭХ) не существует. Тем не менее, многие аспекты этого фундаментального явления в физике конденсированного состояния хорошо изучены и поняты. До сих пор используются две независимые взаимно дополняющие теоретические модели для качественного и количественного описания почти всех особенностей экспериментальных данных по КЭХ: модель краевых состояний и модель перехода локализация–делокализация. В модели краевых состояний полный электрический ток в образце обеспечивается узкими каналами вдоль границ образца. Транспортные свойства этих краевых каналов были широко исследованы как теоретически, так и экспериментально [1, 2]. С аналитической точки зрения эти краевые состояния связывают с хиральной жидкостью Латтинжера (chiral Luttinger liquid) [2].

Вторая модель берет за основу концепцию фазового перехода металл–изолятор, вызванного упорядочением потенциальных энергий примесных атомных узлов. В результате происходит резкий скачкообразный переход от локализованных состояний носителей заряда к делокализованным (распространенным) состояниям. Причем этот переход наблюдается в центре каждой зоны Ландау, которые становятся уширенными за счет беспорядка. Преимуществом такого подхода является то, что он объясняет скейлинговые соотношения температурной зависимости полуширины пиков, измеренной в экспериментах по осцилляциям Шубникова – де Газа и максимальным наклонам холловского сопротивления [3]. Различные исследования по КЭХ показывают, что длина локализации ξ электронных состояний расходится по шкале энергий при критическом значении энергии E_c согласно алгебраическому закону [4]:

$$\xi = \xi_0 \left| \frac{E_c}{E - E_c} \right|^{\nu}, \quad (1)$$

где ξ_0 — коэффициент пропорциональности порядка единицы; ν — критический индекс длины локализации. Наиболее точные и надежные к настоящему времени значения критического индекса были получены при помощи компьютерного моделирования Хукештайном и Крамером: $\nu = 2,34 \pm 0,1$ [5]. В противоположность фазовому переходу Андерсона (традиционному переходу металл–изолятор), который наблюдается в трехмерных неупорядоченных системах, переход от локализации к делокализации в квантовом эффекте Холла является неполным (т.е. незаконченным), так как области распространенных состояний вообще не существует. По обе стороны от критического значения энергии E_c находятся только локализованные состояния. Точно на энергии E_c в нижней зоне Ландау расположено одно-единственное электронное состояние, пространственная структура которого не относится ни к локализованным, ни к делокализованным состояниям. Принято считать, что волновая функция этого критического состояния обладает мультифрактальными свойствами.

2. Цель работы и методика исследования

Целью статьи является исследование скейлинговых свойств функции распределения межуровневых расстояний на переходе локализация–делокализация в целочисленном квантовом эффекте Холла. При этом будет рассматриваться только центр нижней зоны Ландау. Это актуальная и интересная задача, поскольку предполагается, что статистика уровней энергии будет обладать *критическими* свойствами, присущими фазовым переходам в термодинамике. Такое критическое поведение должно быть непосредственно связано с пространственными характеристиками волновых функций электрона, в частности, с их мультифрактальными особенностями (см. раздел 3). Чтобы рассчитать функцию распределения межуровневых интервалов, а также спектр мультифрактальности, нам необходимо получить полный набор собственных значений и собственных функций решеточного гамильтониана в модели сильной связи. Для этого мы выбрали прямой путь численной диагонализации матриц, соответствующих указанному гамильтониану. Причем проводится усреднение по ансамблю неупорядоченных двумерных образцов при фиксированном значении магнитного поля.

Методика вычислений описана в разделе 4, более подробное ее описание дано в опубликованных нами работах [6–9]. По найденным результатам точных значений энергий электрона в дискретном спектре строятся гистограммы выборки для плотности состояний. В разделе 5 анализируются статистические свойства электронного спектра с использованием таких характеристик, как параметр Меты и распределение межуровневых интервалов $P(s)$. Первый, как ожидается, должен показать критическое поведение и скейлинг конечного размера, которые позволят вычислить критический индекс радиуса локализации — фундаментальной величины в физике квантового эффекта Холла. В заключительном разделе представлены выводы.

3. Мультифрактальные свойства критических волновых состояний

В настоящей работе мы исследуем спектральные флуктуации вблизи мультифрактального электронного состояния, приближение к которому вызывается беспорядком примесного потенциала. В частности, свойства мультифрактальности собственных волновых функций играют важную роль при рассмотрении статистических корреляций [10]. Структура квантово-механического состояния $\phi_{M,E}$ для конечной системы объемом M^d и с энергией E определяется набором моментов q согласно формуле $P_q(M, E, a) = \sum p_i(M, E, a)^q$, где $p_i(M, E, a)$ — вероятность найти частицу внутри квадрата $\Lambda_i(a)$ со стороной a , равной

$$p_i(M, E, a) = \sum_{R \in \Lambda_i(a)} |\phi_{M,E}(R)|^2. \quad (2)$$

При этом обобщенная фрактальная размерность D_q определяется следующим выражением:

$$D_q(M, E) = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\log P_q(M, E, a)}{(q-1) \log(a/M)}. \quad (3)$$

Собственная функция называется мультифрактальной, если она обладает многими различными значениями D_q для разных моментов q . Какая-либо мера или объект не являются фрактальными (или мультифрактальными), если обобщенная размерность D_q просто равна размерности евклидова пространства d безотносительно к номеру момента q .

Фрактальные размерности D_q непосредственно связаны с диффузным поведением волновой функции. По броуновскому движению частицы можно судить о квантовой диффузии. Например, среднестатистическое ожидание квадрата расстояния от начального момента диффузионного процесса (другими словами, от точки зарождения волнового пакета) пропорционально квадрату времени $\langle R^2 \rangle = t^2$. Такое поведение характерно для распространенных волновых состояний. В отличие от последних, для мультифрактальных состояний в d -мерном пространстве выполняется другое соотношение [11]:

$$\langle R^2 \rangle = t^{D_2-d}. \quad (4)$$

Мультифрактальные собственные функции также возникают в критической точке обычного перехода Андерсона, наблюдаемого в трехмерных неупорядоченных системах [12, 13]. Наглядная иллюстрация мультифрактального состояния, полученного прямой численной диагонализацией трехмерной модели Андерсона в центре зоны, приведена на рисунке 1 работы [14]. В точке локализационного перехода собственное состояние электрона является мультифрактальным на всех масштабах длин, поскольку длина локализации расходится. Отметим здесь, что предварительные ис-

следования по мультифрактальным свойствам критических состояний в квантовом эффекте Холла проводились ранее в работах [15, 16].

4. Модель для компьютерных симуляций

Для расчета спектральных корреляций и мультифрактальности мы используем двумерную модель Андерсона с диагональным беспорядком, где магнитное поле входит в задачу через фазовый множитель Пайерлса [17]. Тогда гамильтониан нашей решеточной модели \mathbf{H} имеет следующий вид в представлении вторичного квантования:

$$\mathbf{H} = \sum_R \varepsilon_R |R\rangle\langle R| + \sum_{\Delta} V_{R,R+\Delta} |R+\Delta\rangle\langle R|. \quad (5)$$

Энергии ε_R измеряются в единицах модуля прыжкового элемента $|V_{R,R+\Delta}|$, а все масштабы длины — в единицах постоянной решетки. Состояния $|R\rangle$ соответствуют узлам простой кристаллической решетки. Энергии на узлах ε_R , которые в наших компьютерных симуляциях задаются генератором случайных чисел, распределены равномерно внутри интервала энергий от $-W/2$ до $W/2$. Таким образом, ширина интервала W играет роль степени разупорядочения (или беспорядка) узельных примесных потенциалов. Второй член в гамильтониане (5) описывает кинетическую энергию электронов.

Мы учитываем квантовые прыжки только между ближайшими узлами двумерной решетки R и $R+\Delta$. Поэтому интегралы квантово-механического перекрытия равны комплексной единице:

$$t_{r,r+\Delta} = \begin{cases} \exp(\mp 2\pi i \alpha k), & \Delta = \pm e_x, R \otimes e_y = k, \\ 1, & \Delta = \pm e_y, \end{cases} \quad (6)$$

где α является величиной магнитного потока на единичную (элементарную) ячейку $\alpha = eB/hc$. Здесь напряженность магнитного поля B , вектор которого направлен перпендикулярно поверхности нашей двумерной системы, величина элементарного заряда e , постоянная Планка h и скорость света c . Квант магнитного потока равен $\Phi_0 = hc/e$.

Мы диагонализовали матрицы гамильтониана (5), соответствующие конечным квадратным системам, линейные размеры которых равны $L = 50, 80, 100, 200$, используя метод Ланцоша для решения задач на собственные значения комплексных матриц [18]. Методика и схема диагонализации разреженных матриц, отвечающих гамильтониану (5), приведены в работах [19, 20]. Для того чтобы получить более надежные статистические данные по спектральным корреляциям, была обработана целая выборка из ансамбля образцов. Значения беспорядка было выбрано $W = 0,7; 2,0; 3,0; 5,0$.

Величина напряженности магнитного поля была подобрана так, чтобы удовлетворить условию совместимости с решеткой и граничными условиями $\alpha = 0,1$ и $0,01$. Следует обратить внимание на то, что эта вынужденная процедура связана с недостатками решеточных моделей. В отличие от континуальных моделей КЭХ, здесь мы вынуждены избегать фрустрации решетки. В частности, в решеточных моделях невозможно смоделировать эффект левитации критических уровней в слабых магнитных полях. (Если, разумеется, не учитывать длинно-масштабные корреляции неупорядоченного потенциала.) В континуальном же представлении указанное явление подтверждается, и глобальная фазовая диаграмма КЭХ воспроизводится.

На рисунке показана плотность состояний $\rho(E)$ для магнитного поля $\alpha = 0,1$ в области нижних зон Ландау. Поскольку спектр симметричен по отношению к центру общей зоны E_0 , на рисунке изображена только нижняя (отрицательная) часть зоны, которая полностью симметрична верхней (положительной) части зоны. Как видно из рисунка, энергетическая зона модели сильной связи расщепляется на десять ($1/\alpha$) подзон (кривая 1). С увеличением беспорядка W ширина зон Ландау постепенно увеличивается (кривая 2). При этом максимумы зон снижаются, а промежутки плотности состояний между ними становятся ненулевыми. Постепенно зоны перекрываются друг другом (кривые 3 и 4) и, в конце концов, полностью сливаются в неосциллирующую и монотонно возрастающую с энергией плотность состояний (кривая 5).

В противоположном случае, т.е. в пределе исчезающего беспорядка и при конечном магнитном поле, должен получиться ряд вырожденных дискретных уровней, соответствующих уровням Ландау в решеточном представлении. Если магнитное поле стремится к нулю, то плотность состояний переходит к результату сильной связи для $d = 2$. На рисунке результат для плотности состояний в двумерной упорядоченной системе для термодинамического предела ($L = \infty$) показан кривой 5.

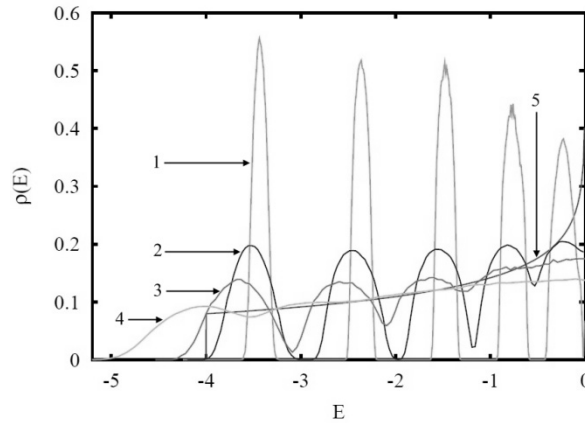


Рисунок. Плотность одночастичных состояний $\rho(E)$ двумерного электронного газа в магнитном поле $\alpha = 0,1$ для различной степени беспорядка $W = 0,7$ (1); $2,0$ (2); $3,0$ (3); $5,0$ (4). Размер квадратной системы $L \times L = 50 \times 50$. Результаты получены после усреднения по ансамблю из 200 образцов. Также показана плотность состояний для модели сильной связи при $W = 0$ и $B = 0$ (5)

5. Распределение интервалов между ближайшими уровнями и параметр Меты

Мы вычислили статистику корреляций уровней энергии в форме функции распределения межуровневых интервалов $P_c(s)$ вблизи критической энергии $E = -3,455$, т.е. в центре нижней зоны Ландау для разных размеров системы. Напряженность магнитного поля выбиралась равной $\alpha = 0,1$ и фиксированной для всех размеров системы. Данные компьютерного моделирования показали, что никакой зависимости функции распределения межуровневых расстояний $P_c(s)$ от размеров системы L не обнаружено. Этот результат проверялся для разных размеров: $L = 50, 80, 100$ и 200 . Все точки на графике, соответствующие разным линейным размерам образцов, лежат на одной кривой, близкой к функции распределения расстояний между ближайшими уровнями энергии для гауссового унитарного ансамбля для хаотических матриц. Подобная масштабная инвариантность характерна для критических ансамблей. Аналогичные результаты получены для напряженности магнитного поля $\alpha = 0,01$.

Вычисления критического распределения $P_c(s)$ в присутствии однородного магнитного поля сравнивались с данными по критической статистике без магнитного поля. При этом отмечается отличие по высоте максимумов, а также в поведении функции $P_c(s)$ на малых и больших интервалах s . Известно, что распределение Пуассона описывает статистику уровней энергии, лежащих в локализованной области, а распределение Вигнера справедливо для собственных энергий, соответствующих электронным состояниям в делокализованной области. Наш результат демонстрирует для критической функции $P_c(s)$ существенное отличие от обоих фундаментальных распределений. Причем расхождение от пуассоновского распределения намного больше, чем от вигнеровского.

Поведение функции $P_c(s)$ при малых интервалах является квадратичным, как и ожидается в унитарном случае. Проверено, что поведение функции распределения на больших межуровневых интервалах хорошо описывается экспоненциальной функцией $P_c(s) \sim \exp(-\gamma s)$ со скоростью спада $\gamma = 2,4$. Такая простая функциональная форма и темп спада похожи на случай критической симплектической статистики для $d = 2$, изученной нами ранее в работе [21].

Чтобы найти положение критического мультифрактального состояния на шкале энергий в наинижней зоне Ландау, мы использовали статистическую меру — величину для описания спектральных корреляций. Она называется мерой Меты и имеет следующий вид:

$$I_0 = \int_0^\infty ds \int_s^\infty ds' \int_{s'}^\infty P(s'') ds'' \quad (7)$$

Этот интеграл может быть вычислен со сравнительно высокой точностью. Его преимущество по отношению к другим статистическим характеристикам, используемым для тех же целей, заключается в том, что он не требует дополнительных подгоночных параметров, как, например, параметр отталкивания по Броди [22]. Кроме того, он свободен от «верхних отсечек», так как интегрирование проводится по всему спектру, как следует из уравнения (7), в отличие от статистики Δ_3 [23, 24].

Были проведены тестовые вычисления на основе модели (5) статистической меры — параметра Меты I_0 по формуле (5) для различных размеров исследуемой двумерной системы при магнитном

поле $\alpha = 0,1$ в низшей зоне Ландау. При этом для численного моделирования выбрана узкая область энергий с наиболее распространенными электронными состояниями (см. плотность состояний на рисунке вокруг первой зоны Ландау). Единственным свободным параметром при вычислении I_0 является ширина интервала, из которого выбираются собственные значения. Поскольку I_0 зависит от положения в зоне, целесообразно выбирать интервал энергии как можно более узким. Недостатком этого метода, однако, является то, что число собственных значений, требуемых для гарантированной точности, определяет нижний предел ширины интервала. В этом случае мы подбираем такую ширину, что интеграл I_0 остается фиксированным; ширина интервала уменьшается до тех пор, пока флуктуации не станут слишком большими.

Наименьшее значение интеграла I_0 соответствует критическому значению энергии $E_c = -3,455$. Причем его минимум совпадает для всех размеров L исследуемой системы. Согласно теории подобия, в этой точке пересекаются все линии зависимости статистики от энергии. Наблюдается некоторое систематическое отклонение от общей точки пересечения, которое можно объяснить эффектами конечного размера [25]. Эти эффекты можно учесть, если включить в теорию дополнительные поля, которые служат поправками конечного размера к скейлинговому закону.

Слева и справа от этой точки статистика уровней показывает тенденцию к сильной локализации. Чем больше размер системы, тем круче вверх поднимаются ветви параболы $I_0(E)$. Согласно формуле (1) электронные состояния вдали от критической энергии E_c становятся все более локализованными, если размеры системы увеличиваются. Логично, что такое поведение дает возможность достаточно точно рассчитать критический индекс длины локализации ν . Он оказался равным $\nu = 2,4 \pm 0,1$. Такое значение достаточно хорошо совпадает со значением критического показателя, полученного в работе [5], в которой использовались совсем другие независимые методы исследования. (Подробности этих вычислений и связанных с ними исследований будут приведены в последующих публикациях.)

Следует ожидать, что в пределе бесконечного размера исследуемой системы останется лишь перевернутая δ -функция. Это и есть индикация положения критического мультифрактального состояния электрона по шкале энергии для квантового эффекта Холла. С другой стороны, это подтверждает факт существования масштабно-инвариантной критической статистики уровней для КЭХ.

Авторами работы [26] был предложен аналитический подход, который доказывает, что сжимаемость спектра в критической точке может характеризоваться мультифрактальными свойствами критических волновых функций, рассмотренных выше в разделе 3. В терминах мультифрактальной размерности $D_2 = d - \mu$ сжимаемость электронного спектра равна

$$K_c = \lim_{\langle N \rangle \rightarrow \infty} \frac{d \langle \delta^2 N \rangle}{d \langle \delta N \rangle} = \frac{\mu}{2d} = \frac{d - D_2}{2d} < \frac{1}{2}, \quad (8)$$

где $\langle \delta N^2(E) \rangle \equiv \langle [N(E) - \langle N(E) \rangle]^2 \rangle$ — дисперсия числа уровней энергии в произвольном интервале энергии шириной E , а $\langle N(E) \rangle$ — его среднее значение. Угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций.

Результаты наших компьютерных вычислений фрактальной размерности μ и критической сжимаемости K_c до сих пор удовлетворяли этому соотношению для размерности $d \leq 3$ [27, 28]. В режиме квантового эффекта Холла мы получили $K_c = 0,135$. Это значение вполне согласуется со значением мультифрактального момента второго порядка $D_2 = d - \mu = d(1 - 2K_c) \approx 1,46$ [12].

В заключение следует отметить, что спектральная сжимаемость K_c меньше, чем в трехмерном случае [25], что говорит об усилении внутренней жесткости кластеров уровней с понижением размерности системы d . Отметим, что пуассоновский процесс никакой жесткостью не обладает ($K_p \equiv 1$). Однако точность по $\langle \delta N^2 \rangle$ все же не так высока, чтобы достичь точный предел насыщения при $\langle N \rangle \geq 1$ и, как следствие, обеспечить желаемую и надежную оценку для мультифрактальной размерности μ из формулы (8). Необходимо отметить, что требуется независимый дополнительный компьютерный расчет спектра мультифрактальности критических собственных электронных функций на переходе от локализации к делокализации, чтобы с большой точностью и достоверностью найти соотношение между статистикой уровней и статистикой амплитуд волновых состояний в КЭХ.

6. Выводы

В режиме целочисленного квантового эффекта Холла были вычислены плотности состояний и функция распределения интервалов между ближайшими дискретными уровнями энергии $P(s)$. Для этого использовалась модель Андо с диагональным беспорядком примесных центров. Анализ

полученных после численного моделирования результатов показал, что функция распределения $P(s)$ вблизи центра нижней зоны Ландау проявляет размерно-независимый характер. Это свидетельствует о масштабно-инвариантной статистике в критической точке перехода «локализация-делокализация» между плато в КЭХ в термодинамическом пределе $L \rightarrow \infty$. Показано, что важная статистическая мера — параметр Меты, который учитывает особенности как длинномасштабных, так и коротко-масштабных корреляций, проявляет скейлинговое поведение. По нему можно вычислить критический индекс длины локализации. В пределах погрешности компьютерных симуляций он оказался близким к значениям, известным в литературе и полученным другими методами (например, методом трансфер-матриц). И наконец, статистика уровней для критической энергии в целочисленном КЭХ связана со спектром мультифрактальности, соответствующей критической волновой функции электронов. Полученное нами значение критической сжимаемости хорошо согласуется с фрактальной размерностью.

References

- 1 Prange R., Girvin S. The Quantum Hall Effect. — Berlin: Springer Verlag, 1990. — 213 p.
- 2 Hajdu J. Introduction to the Theory of the Quantum Hall Effect. — VCH Verlag, 1994. — 308 p.
- 3 Haug R.J. Quantum Hall effect experiments // Quantum Transport in Semiconductor Submicron Structures / NATO ASI Series, Kluwer Academic Publisher, 1996. — Vol. 326. — P. 21–27.
- 4 Ando T. Numerical study of symmetry effects on localization in two dimensions // Phys. Rev. B. — 1989. — Vol. 40. — P. 5325–5328.
- 5 Huckestein B., Kramer B. One-parameter scaling in the lowest Landau band: Precise determination of the critical behavior of the localization length // Phys. Rev. Lett. — 1990. — Vol. 64. — P. 1437–1440.
- 6 Zharekeshev I.Kh. Probability of the level number in a given energy interval in disordered quantum systems // Eurasian Physical Technical Journal. — 2010. — Vol. 7, No. 1(13). — P. 56–60.
- 7 Zharekeshev I.Kh. The two-level correlation function and the form-factor // Eurasian Physical Technical Journal. — 2010. — Vol. 7, No. 1(13). — P. 61–67.
- 8 Zharekeshev I.Kh. The relation of the chaotic conductivity fluctuations with the electron energy level statistics in disordered quantum systems // Izvestiya NAN RK. Series: physics and mathematics. — 2010. — No. 2(270). — P. 27–30.
- 9 Zharekeshev I.Kh. Spectral rigidity at the mobility edge // Vestnik Evraziyskogo nazional'nogo universiteta. — 2010. — Vol. 77, No. 4. — P. 41–48.
- 10 Chalker J.T., Lerner I.V., Smith R. Random walks through the ensemble: Linking spectral statistics with wave-function correlations in disordered metals // Phys. Rev. Lett. — 1996. — Vol. 77. — P. 554–557.
- 11 Schweitzer L. Multifractal properties of critical eigenstates in two-dimensional systems with symplectic symmetry // J. Phys. C. — 1995. — Vol. 7. — P. L281–L287.
- 12 Brandes T., Huckestein B., Schweitzer L. Critical dynamics and multifractality fractal exponents at the Anderson transition in 3D disordered systems // Ann. Phys. — 1996. — Vol. 5. — P. 633–645.
- 13 Zharekeshev I.Kh., Kramer B. Advanced diagonalization in models of quantum disordered systems // Computer Physics Communications. — 1999. — Vol. 121/122. — P. 502–504.
- 14 Zharekeshev I.Kh. Iterative calculation of electron wave functions in quantum nanoclusters // Vestnik KarGU. Series Physics. — 2010. — Vol. 58, No. 2. — P. 29–33.
- 15 Pook W., Janssen M. Multifractality and scaling in disordered mesoscopic systems // Z. Phys. — 1991. — Vol. 52. — P. 565–570.
- 16 Huckestein B., Kramer B., Schweitzer L. Characterization of the electronic states near the centre of the Landau bands under quantum Hall effect conditions // Surf. Science. — 1992. — Vol. 263. — P. 125–128.
- 17 Peierls R. Zur Theorie des Diamagnetismus von Leitungselektronen // Z. Phys. — 1933. — Vol. 80. — P. 763–788.
- 18 Cullum J.K., Willoughby R.K. Lanczos algorithms for large symmetric eigenvalue problems / Ed. by Birkhauser. — Boston, USA, 1985. — 355 p.
- 19 Schweitzer L., Batsch M., Zharekeshev I.Kh. Zum Metall-Isolator-Uebergang in ungeordneten zweidimensionalen Systemen // Tagung der Deutscher Physikalischer Gesellschaft. — Regensburg, 1998. — P. HL24.
- 20 Zharekeshev I.Kh. Mobility edge in a magnetic field at the Anderson transition studied by the transfer-matrix method // NNC RK Bulletin. — 2011. — Vol. 48, No. 4. — P. 136–141.
- 21 Schweitzer L., Zharekeshev I.Kh. Critical level spacing distribution of two-dimensional disordered systems with spin-orbit coupling // J. Phys.: Condens. Matter. — 1995. — Vol. 7. — P. L377–L382.
- 22 Brody T.A. Statistical measure for the repulsion of energy levels // Nuovo Cimento Lett. — 1973. — Vol. 7. — P. 482–484.
- 23 Zharekeshev I.Kh., Schweitzer L., Batsch M., Kramer B. Universal level statistic and spin-orbit scattering at the disorder-induced metal-insulator transition in 2d systems // Abstr. Workshop on Localization and Transport in Disordered and Low-Dimensional Systems. — Karlsruhe, Germany, 1995. — P. 33.
- 24 Zharekeshev I.Kh. Magnetic flux controlled crossover between critical ensembles at the metal-insulator transition // Vestnik KarGU. Series Physics. — 2012. — No. 1(65). — P. 20–25.

25 *Batsch M., Schweitzer L.* Level statistics in quantum Hall regime // Proceedings of the Intern. Conf on High magnetic fields in semiconductor physics. — Wurzburg, Germany, 1997. — P. 59–63.

26 *Chalker J.T., Kravtsov V.E., Lerner I.V.* Spectral rigidity and eigenfunction correlations at the Anderson transition // Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1996. — Vol. 64, No. 5. — P. 355–360.

27 *Zharekeshev I.Kh.* Chaotic and critical fluctuations in spectra of disordered systems at higher dimensions // Zhurnal problem evoluzii otkrytyh system. — 2010. — Vol. 1, No. 12. — P. 14–24.

28 *Zharekeshev I.Kh.* Random matrix theory and scaling of the level statistics // Vestnik Evraziyskogo nazional'nogo universiteta. — 2010. — Vol. 77, No. 4. — P. 35–40.

И.Х.Жарекешев

Холлдың кванттық эффектіндегі спектралдық корреляциялардың статистикасы

Холлдың кванттық эффектіндегі энергия деңгейлерінің критикалық статистикасы зерттелді. Асимптотикалық режим үшін Ландау зонасының орталығында спектралдық корреляциялық функциясы есептелді. Статистикалық өлшем — Меһта параметрі — скейлингтік қасиетті айқындайтындығы көрсетілген. Торлы гамильтонианың тікелей диагонализациялануы локализация ұзындығының критикалық индексімен бағаланды. Спектралдық флуктуация мен көпфракталды электронның толқындық функциясының арасындағы қатынас айқындалған.

I.Kh.Zharekeshev

Statistics of spectral correlations in the quantum Hall effect

The critical level statistics in the integer quantum Hall effect is studied. The density of states and level spacing distribution computed for strong magnetic field regime in the center of the lowest Landau band. The statistical measure, Mehta parameter is shown to exhibit scaling behavior. The critical exponent of the localization length is estimated by direct diagonalising the lattice Hamiltonian. The link between the spectral fluctuations and the multifractality of the electron wave states is discussed.