

Егер $G(p) - g(x)$ функциясының Лаплас түрлендіруі болса, онда белгілі:

$$\mathcal{L}\{D_{0x}^{-\alpha}g(x); p\} = p^{-\alpha}G(p), \alpha > 0.$$

Сондықтан, егер $0 < \alpha \leq 1$ болса, онда

$$\mathcal{L}\{D_{0x}^{\alpha}g(x); p\} = \mathcal{L}\left\{\frac{d}{dx}D_{0x}^{\alpha-1}g(x); p\right\} = p^{\alpha}G(p) - \lim_{x \rightarrow 0} D_{0x}^{\alpha-1}g(x).$$

ал егер $n - 1 < \alpha \leq n$ болса, онда

$$\mathcal{L}\{D_{0x}^{\alpha}g(x); p\} = p^{\alpha}G(p) - \sum_{k=0}^{n-1} p^k [D_{0x}^{\alpha-k-1}g(x)]_{x=0}.$$

Риман-Лиувилль бөлшек интегралдау әдісі қозғалыс теңдеулеріндегі үйкеліс күштерін модельдеуде қолданылады. Бұл әдіс медицинада дәрі-дәрмектің организмде бөліну динамикасын зерттеуге мүмкіндік береді. Электротехникада конденсаторлардың бөлшек ретті разрядталу процестерін сипаттау үшін пайдаланылады. Материалтануда фракталдық құрылымдардың механикалық қасиеттерін талдауға арналған модельдерде қолданыс табады. Финанс математикасында нарықтық трендтердің бөлшек ретті дифференциалдық теңдеулер арқылы болжамы жасалады.

Әдебиеттер тізімі

- [1] Джрбашян М.М., Нерсесян А.Б. Дробные производные и задача Коши для дифференциальных уравнений дробного порядка // Изв. Акад. Наук Арм. ССР. 1968. 3:1. С. 3–29.
- [2] Летников А.В. Теория интегрирования с произвольным указателем // Мат. сб. 1868. Т. 3. С. 1–68.
- [3] Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований: Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина. Том 1. М.: Наука, 1969. 344 с.
- [4] Краснов М.Л. Интегральные уравнения. М.: Наука, 1975. 304 с.

БІР ӨЛШЕМДІ ПСЕВДОГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН КЕРІ ЕСЕПТІҢ ШЕШІМДІЛІГІ

Байкен Жұлдыз Саматқызы¹

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

¹E-mail: baikenzhuldyzmm@gmail.com

Есептің қойылымы. $Q = \{(x, t) : 0 < x < l, 0 < t < T\}$ тіктөртбұрышында псевдогиперболаалық теңдеу үшін интегралдық қосымша шартпен қойылған кері есепті қарастырайық

$$u_{tt} - u_{xxt} - u_{xx} + b|u_t|^{p-2}u_t = f(t)g(x, t), \quad (x, t) \in Q \quad (1)$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u_t(x, 0) = u_1(x), \quad 0 \leq x \leq l \quad (3)$$

локалді емес қосымша шарт

$$\int_0^l u(x, t)\omega(x)dx = e(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (4)$$

мұндағы b - тұрақты шама, $g(x, t)$, $u_0(x)$, $u_1(x)$, $e(t)$, $\omega(x)$ - берілген функциялар, ал $\{u(x, t), f(t)\}$ ізделінді функциялар жұбы.

Псевдогиперболалық теңдеулер үшін бастапқы-шеттік есептердің шешімділігі және шешімнің сапалық қасиеттеріне келесі негізгі жұмыстарды атауға болады [1-9]. Соболев теңдеулеріне қойылған кері есептердің шешімділігін көптеген ғалымдар зерттеген [10-12].

Бұл жұмыста жеткілікті тегіс шекарасы бар псевдогиперболалық теңдеу үшін кері есептің локалді және глобалді шешімділігі зерттелді. Галеркин әдісімен шенелген аймақтағы кері есептің әлсіз жалпылама шешімінің бар болуы дәлелденеді. Соболев кеңістігінде енгізу теоремаларын пайдаланып, шешімнің априорлық бағалары алынды. Шешімнің бар және жалғыздығы туралы теоремалар алынды.

Әдебиеттер тізімі

- [1] Соболев С. Л. Об одной новой задаче математической физики // Изв. АН СССР. Сер. мат. -1954. -№ 18. -С. 3-50.
- [2] Barenblatt, G., Zheltov, I., Kochina, I. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks J. Appl. Math. Mech., 24 (1960), pp. 1286-1303 [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(60\)90107-6](https://doi.org/10.1016/0021-8928(60)90107-6)
- [3] Ting T.W., "Certain nonsteady flows of second-order fluids," Arch. Rational Mech. Anal. 14 (1963): 1–26.
- [4] Benjamin T.B., Bona J.L., Mahony J.J. Model equations for long waves in nonlinear dispersive systems // Philos. Trans. Roy. Soc. London A. 1972. V. 272. № 1220. P. 47 - 78.
- [5] Showalter R. E. Existence and representation theorems for a semilinear Sobolev equation in Banach space // SIAM J. Math. Anal. -1972.-Vol.3. -№ 3. -P. 527-543.
- [6] Showalter R. E., Ting T. W. Pseudoparabolic partial differential equations // SIAM J. Math. Anal. -1970. -№ 1. -P. 1–26.
- [7] Осколков А. П. Начально-краевые задачи для уравнений движения жидкостей Кельвина-Фойгта и жидкостей Олдройта // Тр. Мат. ин-та им. В. А. Стеклова АН СССР. -1988. -Т.179. -С. 126-164.
- [8] А. Г. Свешников, А. Б. Альшин, М. О. Корпусов, Ю. Д. Плетнер Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа, М.: Физматлит, 2007. -642 с.
- [9] S.N. Antontsev, H.B.de Oliveira, Kh. Khompysh Generalized Kelvin-Voigt equations for nonhomogeneous and incompressible fluids // Communications in Mathematical Sciences. -2019. -Vol.17. -№7. -P.1915-1948.
- [10] M. Yaman, Blow-up solution and stability to an inverse problem for a pseudo-parabolic equation // Journal of Inequalities and Applications. -2012. -Vol.2012. -№ 274. -P.1-8.