УДК 517.988.68

К.Т.Искаков, А.Т.Кусаинова

Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилёва, Астана
(E-mail: kazizat@mail.ru)

Оптимизационный метод решения обратной задачи электродинамики в линеаризованной постановке

В статье рассмотрена обратная коэффициентная задача для многомерного уравнения электродинамики в линеаризованной постановке. Коэффициентная обратная задача по определению диэлектрической проницаемости, зависящей от двух переменных, определяется оптимизационным методом. Выписан алгоритм вычисления градиента функционала. Построены соответствующие сопряженные задачи.

Ключевые слова: обратная коэффициентная задача, многомерное уравнение электродинамики, линеаризованная задача, диэлектрическая проницаемость, оптимизационный метод.

1 Постановка линеаризованной обратной задачи

Рассмотрим постановку прямой задачи для системы уравнений Максвелла [1].

$$\begin{cases} \varepsilon \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} - rot\vec{H} + \sigma\vec{E} + \vec{j}^{\,cm} = 0, \ \ x_3 \neq 0, x \in \Re; \\ \mu \dfrac{\partial \vec{H}}{\partial t} + rot\vec{E} = 0, \ t > 0. \end{cases} \tag{1.1}$$

Здесь $\vec{E} = (E_1, E_2, E_3)^T$; $\vec{H} = (H_1, H_2, H_3)^T$ — векторы напряженности электрического и магнитного полей; ε, μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; σ — проводимость среды; $\vec{j}^{\,cm}$ — плотность сторонних токов.

Пусть до момента времени $t = 0$ поле отсутствует:

$$(\vec{E}, \vec{H})\Big|_{t<0} = 0, \qquad \vec{j}^{\,cm}\Big|_{t<0} = 0. \tag{1.2}$$

На плоскости $x_3 = 0$ тангенционные компоненты векторов $\vec{E}, \vec{H}$ удовлетворяют условиям непрерывности:

$$E_j\Big|_{x_3=-0} = E_j\Big|_{x_3=+0}, \quad H_j\Big|_{x_3=-0} = H_j\Big|_{x_3=+0}, \quad j = 1,2. \tag{1.3}$$

Для отыскания коэффициента ε зададим дополнительную информацию:

$$E_j\Big|_{x_3=0} = \chi_j(x_1, x_2, t), \quad H_j\Big|_{x_3=0} = \eta_j(x_1, x_2, t), \quad j = 1,2. \tag{1.4}$$

Предположим, что коэффициенты диэлектрической проницаемости в области $\Re$ представимы в виде

$$\varepsilon = \varepsilon_0(x_3) + \varepsilon_1(x_1, x_3). \tag{1.5}$$

Полагаем, что коэффициенты $\varepsilon_1(x_1, x_3)$ малы по сравнению с коэффициентом $\varepsilon_0(x_3)$. Предположения малости коэффициента $\varepsilon_1(x_1, x_3)$ позволяют использовать метод линеаризации [2].

Представим векторы электрической и магнитной напряженностей в виде

$$\vec{E} = E^0 + E^1, \ \ \vec{H} = H^0 + H^1, \tag{1.6}$$

где (E^0, H^0) — решение задачи. Здесь и в дальнейшем будем считаем, что $\vec{E}^0 = E^0, \vec{H}^0 = H^0, \vec{E}^1 = E^1, \vec{H}^1 = H^1, \vec{j}^{\,cm} = j^{cm}$.

$$\begin{cases} \varepsilon_0 \dfrac{\partial}{\partial t} E^0 - rotH^0 + \sigma E^0 + j^{cm} = 0; \\ \mu \dfrac{\partial}{\partial t} H^0 + rotE^0 = 0; \\ (E_0, H_0)_{|t<0} = 0. \end{cases} \tag{1.7}$$

Пренебрегая величиной $\varepsilon_1 \dfrac{\partial}{\partial t} E^1$, получим для (E^1, H^1) следующую задачу:

$$\begin{cases} \varepsilon_0 \dfrac{\partial}{\partial t} E^1 - rotH^1 + \sigma E^1 = -\varepsilon_1 \dfrac{\partial}{\partial t} E^0; \\ \mu \dfrac{\partial}{\partial t} H^1 + rotE^1 = 0; \\ (E^1, H^1)_{|t<0} = 0. \end{cases} \tag{1.8}$$

На плоскости $x_3 = 0$ тангенциальные компоненты векторов (E^0, H^0), (E^1, H^1) удовлетворяют условиям непрерывности

$$[E_j^0]_{x_3=0} = [H_j^0]_{x_3=0} = 0; \quad [E_j^1]_{x_3=0} = [H_j^1]_{x_3=0} = 0. \tag{1.9}$$

Информацию запишем в виде

$$\left(E^1\right)_j\Big|_{x_3=0} = \chi^1{}_j(\bar{x}, t), \quad \left(H^1\right)_{j|_{x_3=0}} = \eta^1{}_j(\bar{x}, t), \quad j = 1,2, \quad \bar{x} = (x_1, x_2), \tag{1.10}$$

где

$$\chi_j^1 = \chi_j - E_j^0\Big|_{x_3=0}; \;\; \eta_j^1 = \eta_j - H_j^0\Big|_{x_3=0}, \; j = 1,2. \tag{1.11}$$

Предположим, что функции $\varepsilon_0(x_3)$, $\varepsilon_1(x_1, x_3)$ удовлетворяют условию $\varepsilon_0 \in C^2(\Re)$. Существуют $M_1, M_2, M_3 \in \Re$, такие что при всех $x_3 \in \Re$ выполнены неравенства $0 < M_1 \le \varepsilon_0(x_3) \le M_2$; $\|\varepsilon_0\|_{C^2(\Re)} \le M_3$. Функция $\varepsilon_1(x_1, x_3)$ отлична от нуля лишь в области $(x_1, x_3) \in (0, h) \times K(D_1)$; $K(D_1) = \left\{x_1 \in \Re; \left|x_j\right| < D_1, j = 1,3\right\}$, где h, $D_1 \in \Re_T$ — фиксированные числа.

$$\varepsilon_1(x_1, x_3) \in C^2((0,h) * K(D_1)); \; \alpha = \|\varepsilon_1\| C^2((0,h) * K(D_1)) \le M_1.$$

В силу этих условий и предположения минимальное время, за которое возмущение успеет достигнуть глубины *h* при всех $x_1 \in \Re$ и вернуться на поверхность $x_3 = 0$, равно $T_h = 2h / (M_1 - \alpha)$. Тогда, в силу этого, запишем граничное условие

$$E_j^0\Big|_{x_1 = \pm D_1} = 0. \tag{1.12}$$

Сформулируем дополнительные условия для задачи. Так как коэффициент $\varepsilon_0(x_3)$ зависит от одной переменной x_3, достаточно задать одну горизонтальную компоненту:

$$E_2^0\Big|_{x_3=0} = f_{(1)}(x_1, t). \tag{1.13}$$

Не хватает условия для компоненты H_1^0. Для этого, считая условия как граничные условия в области $x_3 < 0$, где $\sigma = 0$, а $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$, разрешив систему, определяем вектор H^0, а следовательно, будет известно и условие

$$H^0\Big|_{x_3=0} = f_{(2)}(x_1, t). \tag{1.14}$$

Дополнительные условия для задачи имеют вид. Общий алгоритм решения обратной линеаризованной задачи. Решаем задачу в воздухе, в плоскости $x_3 < 0$, в которой известны $\sigma = 0$, $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$. Находим (E, H).

Вычисляем граничные условия:

$$\begin{cases} H_1\big|_{x_3=0} = f_{(2)}(x_1,t); \\ (H^1)_{j|_{x_3=0}} = \eta_j^1(\overline{x},t),\ j=1,2; \\ (H_j^0)_{|x_3=0},\ j=1,2. \end{cases} \quad (1.15)$$

Решаем обратную задачу об определении $\varepsilon_0(x_3)$ в плоскости $x_3 \ge 0$. Считаем, что $\sigma(x_3)$ в $x_3 \ge 0$ известна, а $\mu = 1$. Задаем начальные условия

$$(E_0, H_0)\big|_{t=0} = 0 \quad (1.16)$$

и граничные условия

$$\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mathrm{E}_2}{\partial x_3}\right)_{|_{x_3=0}} = \frac{\partial}{\partial t} f_{(2)}(x_1,t). \quad (1.17)$$

Используя оптимизационный метод, определяем правую часть системы, т.е. вычисляем $\varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial t} E^0$. Кроме того, вычисляем дополнительную информацию. Строим оптимизационный метод по определению функции $\varepsilon_1(x_1,x_3)$ как решение системы итерационно.

2 Оптимизационный метод решения обратной задачи об определении $\varepsilon_1(x_1,x_3)$

Конкретизируем постановку прямой задачи. Найти векторы (E^1, H^1) из системы:

$$\begin{cases} \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} E^1 - rotH^1 + \sigma E^1 = -\varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial t} E^0; \\ \mu \frac{\partial}{\partial t} H^1 + rotE^1 = 0; \end{cases} \quad (2.1)$$

$$(E^1, H^1)_{t<0} = 0; \quad [E_j^1]_{x_3=0} = [H_j^1]_{x_3=0} = 0,\ j=1,2.$$

Дополнительная информация:

$$(E^1)_j\big|_{x_3=0} = \chi_j^1(\overline{x},t),\ j=1,2; \quad (H^1)_j\big|_{x_3=0} = \eta_j^1(\overline{x},t),\ j=1,2,$$

где $\chi_j^1 = \chi_j - E_j^0\big|_{x_3=0}$; $\eta_j^1 = \eta_j - H_j^0\big|_{x_3=0}$, $j=1,2$.

Пусть $p(\overline{x})$ — приближенное решение обратной задачи. Рассмотрим функционал

$$J(p(\overline{x})) = \int_0^T \left(\sum_{j=1}^2 \left[E_j^1(\overline{x},0,t;p) - \chi_j^1(\overline{x},t) \right]^2 dt \right) + \\ + \int_0^T \left(\sum_{j=1}^2 \left[H_j^1(\overline{x},0,t,p) - \eta_j^1(\overline{x},t) \right]^2 dt \right). \quad (2.2)$$

Явный вид для градиента функционала по методике, изложенной в [3], примет вид (2.2):

$$J(p) = \int_0^T \int_{-D_2}^{D_2} \left(\frac{\partial}{\partial t} E^0\right) \varphi(\overline{x}, x_2, t)\, dx_2 dt, \quad (2.3)$$

где φ, ψ — решения соответствующих задач:

$$\begin{cases} \mu \frac{\partial}{\partial t} \psi - rot\varphi = 0; \\ \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \varphi + rot\psi + \sigma\varphi = -p \frac{\partial}{\partial t} E^0; \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\psi_j(x_1, x_2, x_3, T) = 0,\ j=2,3;$$

$$\psi_j(x_1, x_2, x_3, t)\big|_{x_k = \pm D_k} = 0,\ j=2,3; k=1,2,3;$$

$$\varphi_j(x_1, x_2, x_3, T) = 0,\ j=2,3;$$

$$\varphi_j(x_1,x_2,x_3,t)\Big|_{x_k=\pm D_k}=0,\ j=2,3;k=1,2,3; \qquad (2.5)$$

$$\left(\psi_j\right)_{x_3|_{x_3=0}}=2\sum_{j=1}^{2}\left[H_j^1\left(\bar{x},0,t,p\right)-\eta_j^1\left(\bar{x},t\right)\right]; \qquad (2.6)$$

$$\left(\varphi_j\right)_{x_3|_{x_3=0}}=2\sum_{j=1}^{2}\left[E_j^1\left(\bar{x},0,t,p\right)-\chi_j^1\left(\bar{x},t\right)\right].$$

Зададим приращение $p(\bar{x})+\delta p(\bar{x})$, тогда $\delta E^1=E^1(\overline{x,}\ x_3,t;p+\delta p)-E^1(\bar{x},x_3,t;p)$, $\delta H^1=H^1(\bar{x},x_3,t;p+\delta p)-H^1(\overline{x},x_3,t;p)$. Пренебрегая членом второго порядка, получим относительное приращение, следующую систему:

$$\begin{cases}\varepsilon_0\dfrac{\partial}{\partial t}\delta E^1-rot\delta H^1+\sigma\delta E^1=-p\dfrac{\partial}{\partial t}\delta E^0-\delta p\dfrac{\partial}{\partial t}E^0;\\ \mu\dfrac{\partial}{\partial t}\delta H^1+rot\delta E^1=0.\end{cases} \qquad (2.7)$$

Умножим скалярно обе части системы (2.7) на вектор $\psi=(\psi_1,\psi_2,\psi_3)$, т.е. $\left\langle\mu\dfrac{\partial}{\partial t}\delta H^1,\psi\right\rangle+\left\langle rot\delta E^1,\psi\right\rangle=0.$ Распишем покомпонентно вторую подсистему системы (2.7):

$$\begin{cases}\mu\dfrac{\partial}{\partial t}\delta H_1^1\psi_1+\left(\dfrac{\partial}{\partial x_2}\delta E_3^1-\dfrac{\partial}{\partial x_3}\delta E_2^1\right)\psi_1=0;\\ \mu\dfrac{\partial}{\partial t}\delta H_2^1\psi_2+\left(\dfrac{\partial}{\partial x_1}\delta E_3^1-\dfrac{\partial}{\partial x_3}\delta E_1^1\right)\psi_2=0;\\ \mu\dfrac{\partial}{\partial t}\delta H_3^1\psi_3+\left(\dfrac{\partial}{\partial x_1}\delta E_2^1-\dfrac{\partial}{\partial x_2}\delta E_1^1\right)\psi_3=0.\end{cases} \qquad (2.8)$$

Распишем покомпонентно первую подсистему системы (2.7):

$$\begin{cases}\varepsilon_0\dfrac{\partial}{\partial t}\delta E_1^1\psi_1-\left(\dfrac{\partial}{\partial x_2}\delta H_3^1-\dfrac{\partial}{\partial x_3}\delta H_2^1\right)\psi_1+\sigma\delta E_1^1\psi_1=-p\dfrac{\partial}{\partial t}\delta E_1^0\psi_1-\delta p\dfrac{\partial}{\partial t}E_1^0\psi_1;\\ \varepsilon_0\dfrac{\partial}{\partial t}\delta E_2^1\psi_2+\left(\dfrac{\partial}{\partial x_1}\delta H_3^1-\dfrac{\partial}{\partial x_3}\delta H_1^1\right)\psi_2+\sigma\delta E_2^1\psi_2=-p\dfrac{\partial}{\partial t}\delta E_2^0\psi_2-\delta p\dfrac{\partial}{\partial t}E_2^0\psi_2;\\ \varepsilon_0\dfrac{\partial}{\partial t}\delta E_3^1\psi_3+\left(\dfrac{\partial}{\partial x_1}\delta H_2^1-\dfrac{\partial}{\partial x_2}\delta H_1^1\right)\psi_3+\sigma\delta E_3^1\psi_3=-p\dfrac{\partial}{\partial t}\delta E_3^0\psi_3-\delta p\dfrac{\partial}{\partial t}E_3^0\psi_3.\end{cases} \qquad (2.9)$$

Проинтегрируем обе части каждого уравнения системы (2.8) в области: $t\in(0,T_h),\bar{x}\in\Gamma D,$ отсюда будем иметь:

$$\begin{aligned}J^{(1)}&=\int_0^T\int_{\bar{x}\in D}\left[\mu(\frac{\partial}{\partial t}\delta H_1^1)\psi_1+\left(\frac{\partial}{\partial x_2}\delta E_3^1-\frac{\partial}{\partial x_3}\delta E_2^1\right)\psi_1\right]d\bar{x}dt=\int_{\bar{x}\in D}\left[\mu\delta H_1^1\psi_1\Big|_0^T-\int_0^T\delta H_1^1\frac{\partial}{\partial t}\psi_1dt\right]d\bar{x}+\\&+\int_0^T\left[\int_{-D_1}^{D_1}\int_{-D_3}^{D_3}\int_{-D_2}^{D_2}\frac{\partial}{\partial x_2}\delta E_3^1\psi_1dx_2dx_3dx_1-\int_{-D_1}^{D_1}\int_{-D_3}^{D_3}\int_{-D_2}^{D_2}\frac{\partial}{\partial x_3}\delta E_2^1\psi_1dx_3dx_2dx_1\right]dt=\\&=J_1+\int_0^T\left[\int_{-D_1}^{D_1}\int_{-D_3}^{D_3}\left\{\delta E_3^1\psi_1\Big|_{-D_2}^{D_2}-\int_{-D_2}^{D_2}\delta E_3^1\frac{\partial}{\partial x_2}\psi_1dx_2\right\}dx_3dx_1\right]dt-\\&-\int_0^T\left[\int_{-D_1}^{D_1}\int_{-D_2}^{D_2}\left\{\delta E_2^1\psi_1\Big|_{-D_3}^{D_3}-\int_{-D_3}^{D_3}\delta E_2^1\frac{\partial}{\partial x_3}\psi_1dx_3\right\}dx_2dx_1\right]dt.\end{aligned} \qquad (2.10)$$

Здесь через J_1 обозначен первый интеграл. Положим, что

$$\psi_1(x_1,x_2,x_3,T)=0; \qquad (2.11)$$

$$\psi_1(x_1,x_2,x_3,t)\big|_{x_2=\pm D_2}=0; \qquad \psi_1(x_1,x_2,x_3,t)\big|_{x_3=\pm D_3}=0.$$

Для системы (2.7) имеют место граничное условие

$$\delta E^1\big|_{x=\Gamma D}=0 \tag{2.12}$$

и начальные условия

$$(\delta E^1,\delta H^1)_{|_{t=0.}}=0. \tag{2.13}$$

Здесь ΓD — граница области $D=D_{\pm1}\times Д_{\pm2}\times Д_{\pm3}$. Тогда, с учетом условий (2.12), (2.13) и принятых условий (2.11) в соотношении (2.9) для $J^{(1)}$ останутся:

$$J^{(1)}=\int_0^T\int_{\bar{x}\in D}\left[-\delta H_1^1\left(\mu\frac{\partial}{\partial t}\psi_1\right)-\delta E_3^1\left(\frac{\partial}{\partial x_2}\psi_1\right)+\delta E_2^1\left(\frac{\partial}{\partial x_3}\psi_1\right)\right]d\bar{x}dt=0. \tag{2.14}$$

Аналогично проинтегрируем по частям второе и третье уравнения системы.

$$\psi_j(x_1,x_2,x_3,T)=0,\ j=2,3; \tag{2.15}$$

$$\psi_j(x_1,x_2,x_3,t)\big|_{x_k=\pm D_k}=0,\ j=2,3; k=1,2,3.$$

С учетом этих условий и условий (2.12), (2.13) имеем:

$$J^{(2)}=\int_0^T\int_{\bar{x}\in D}\left[-\delta H_2^1\left(\mu\frac{\partial}{\partial t}\psi_2\right)+\delta E_3^1\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\psi_2\right)-\delta E_1^1\left(\frac{\partial}{\partial x_3}\psi_2\right)\right]d\bar{x}dt=0; \tag{2.16}$$

$$J^{(3)}=\int_0^T\int_{\bar{x}\in D}\left[-\delta H_3^1\left(\mu\frac{\partial}{\partial t}\psi_3\right)-\delta E_2^1\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\psi_3\right)+\delta E_1^1\left(\frac{\partial}{\partial x_2}\psi_3\right)\right]d\bar{x}dt=0. \tag{2.17}$$

Из соотношений (2.16), (2.17) получим, что

$$-\delta H_1^1\left(\mu\frac{\partial}{\partial t}\psi_1\right)-\delta H_2^1\left(\mu\frac{\partial}{\partial t}\psi_2\right)--\delta H_3^1\left(\mu\frac{\partial}{\partial t}\psi_2\right)+$$
$$+\delta E_3^1\left[\frac{\partial}{\partial x_1}\psi_2-\frac{\partial}{\partial x_2}\psi_1\right]-\delta E_2^1\left[-\frac{\partial}{\partial x_3}\psi_1+\frac{\partial}{\partial x_1}\psi_3\right]+\delta E_1^1\left[\frac{\partial}{\partial x_2}\psi_3-\frac{\partial}{\partial x_3}\psi_2\right]=0. \tag{2.18}$$

Из (2.18) следует, что

$$-\left\langle\delta H^1,\mu\frac{\partial}{\partial t}\psi\right\rangle+\left\langle\delta E^1,rot\psi\right\rangle=0; \tag{2.19}$$

$$\mu\frac{\partial}{\partial\mu}\psi+rot\psi=0. \tag{2.20}$$

Займемся по аналогии с первым уравнением системы (2.7), т.е. рассмотрим соотношение

$$\left\langle\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\delta\mathrm{E}^1,\psi\right\rangle-\left\langle rot\delta\mathrm{H}^1,\psi\right\rangle+\left\langle\sigma\delta\mathrm{E}^1,\psi\right\rangle=-\left\langle p\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{E}^0,\psi\right\rangle-\left\langle\delta p\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{E}^0,\psi\right\rangle, \tag{2.21}$$

где $\psi=(\psi_1,\psi_2,\psi_3)$. По аналогии, как в предыдущем случае, получим:

$$-\left\langle\delta E^1,\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\psi\right\rangle-\left\langle\delta H^1,rot\psi\right\rangle+\left\langle\delta E^1,\sigma\psi\right\rangle=-\left\langle E^1,p\frac{\partial}{\partial t}\psi\right\rangle-\left\langle\delta p\frac{\partial}{\partial t}E^0,\psi\right\rangle.$$

Объединим равенства (2.19), (2.21) и полагаем, что

$$\begin{cases}-\mu\dfrac{\partial}{\partial t}\psi+rot\psi=p\dfrac{\partial}{\partial t}\varphi;\\ -\varepsilon_0\dfrac{\partial}{\partial t}\varphi-rot\varphi+\sigma\varphi=-E^0;\end{cases}$$

$$\psi_j(x_1,x_2,x_3,T)=0,\ j=2,3;$$

$$\psi_j(x_1,x_2,x_3,t)\big|_{x_k=\pm D_k}=0,\ j=2,3; k=1,2,3;$$

$$\varphi_j(x_1,x_2,x_3,T)=0,\ j=2,3;$$

$$\varphi_j(x_1,x_2,x_3,t)\big|_{x_k=\pm D_k}=0,\ j=2,3;\ k=1,2,3;$$

$$\left(\psi_j\right)_{x_3|_{x_3=0}} = 2\sum_{j=1}^{2}\left[\mathrm{H}_j^1\left(\bar{x},0,t,p\right) - \eta_{j1}\left(\bar{x},t\right)\right];$$

$$\left(\varphi_j\right)_{x_3|_{x_3=0}} = 2\sum_{j=1}^{2}\left[\mathrm{E}_j^1\left(\bar{x},0,t,p\right) - \chi_{j1}\left(\bar{x},t\right)\right].$$

Таким образом, мы получили алгоритм решения обратной задачи об определении $\varepsilon_1(x_1, x_3)$, являющийся главным шагом (см. шаг 6) общего алгоритма решения обратной линеаризованной задачи, представленной в разделе 1.

Работа поддержана грантом МОН РК по Договору № 139 (69) от 04.02.2014.

Список литературы

1 *Романов В.Г.* Обратные задачи математической физики. — М.: Наука, 1984. — 363 с.

2 *Романов В.Г., Кабанихин С.И.* Обратные задачи геоэлектрики. — М.: Наука, 1991. — 303 с.

3 *Кабанихин С.И., Искаков К.Т.* Оптимизационные методы решения коэффициентных обратных задач. — Новосибирск, 2001. — 316 с.

Қ.Т.Ысқақов, А.Т.Құсайынова

Сызықтық қойылымдағы электродинамиканың кері есебін шешудің оңтайлы әдісі

Мақалада сызықтық қойылымдағы электродинамиканың көпөлшемді теңдеуі үшін кері коэффициентті есеп қарастырылды. Екі айнымалыға тәуелді диэлектрлік өткізгіштікті анықтайтын коэффициенттік кері есебі оңтайландыру әдісімен анықталды. Функционалдың градиентіне есептеу алгоритмі жазылды, сондай-ақ сәйкес түйіндес есептер құрылды.

K.T.Iskakov, A.T.Kussainova

Optimization methods for solving inverse problems of electrodynamics in the linearized formulation

In this work we consider the inverse coefficient problem for a multidimensional equation electrodynamics in the linear zed formulation. The inverse coefficient problem of determining the dielectric permittivity that depends on two variables, determined by optimization method. The algorithm for calculating the gradient of the functional is presented. The corresponding conjugate problems are constructed.

References

1 Romanov V.G. *Inverse problems of mathematical physics*, Moscow: Nauka, 1984, 363 p.

2 Romanov V.G., Kabanikhin S.I. *Inverse problems geoelectric*, Moscow: Nauka, 1991, 303 p.

3 Kabanikhin S.I., Iskakov K.T. *Optimization methods for solving the coefficient inverse problems*, Novosibirsk, 2001, 316 p.