R.S.Karenov

Linear programming as a specific method of research of operations for the solution of technical and economic tasks on optimum search

The essence and value of linear programming as method of the solution of a problem of optimum distribution of available resources are analyzed. The maintenance of the main production objective offered by academician L.V.Kantorovich reveals. The general characteristic of methods of the solution of problems of linear programming is given. The role and value of fundamental economic-mathematical models of the linear programming used in practice of planning, forecasting and production management are allocated. The special attention is focused on a simplex method as the main way of the solution of problems of linear programming. The methodical approach for the solution of a task on use of mineral fertilizers at the agricultural enterprises is offered.

УДК 338.26.015:51

Р.С.Каренов

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: karenov_r@inbox.ru)

Теоретические и методические основы применения метода линейного программирования в горно-экономических исследованиях

Подчеркивается, что математический аппарат, используемый при планировании, прогнозировании, проектировании и расчетах, связанных с организационно-хозяйственной деятельностью горных предприятий, разнообразен. Указывается, что задачи оптимизации работы предприятия по добыче полезного ископаемого можно условно разбить на пять типов. Доказывается, что теоретической основой для решения горно-экономических задач может стать линейное программирование, являющееся наиболее разработанным разделом математического программирования. Рассматриваются возможности применения метода линейного программирования для установления оптимального варианта мероприятий по развитию группы объектов на горном предприятии. Показывается целесообразность использования данного метода при выборе оптимального графика вскрышных работ при открытом способе добычи полезного ископаемого. Предлагаются методы оптимального планирования добычи железной руды на участках карьера с применением симплексного метода. Разработаны методические положения по нахождению оптимального количества рабочих на добычных участках шахты с помощью симплексного метода.

Ключевые слова: линейное программирование, горно-экономические задачи, метод отыскания оптимума, транспортная задача.

Математический аппарат, используемый при прогнозировании, проектировании и расчетах, связанных с организационно-хозяйственной деятельностью горных предприятий

Выбор варианта решения для сложных систем без применения математических методов оптимизации и быстродействующей вычислительной техники не гарантирует выбора наилучшего варианта. Как показала практика, выбранные варианты часто отличаются от оптимальных на 10 % и более.

Характер исследований по горной экономике в значительной мере определяется специфическими особенностями производства:

а) взаимосвязью большого числа производственных единиц с различными видами технологических схем, оборудования и форм организации труда;

б) перемещением больших масс полезного ископаемого и пород;

в) разбросанностью предприятий и производственных участков внутри предприятий;

г) непостоянством рабочего места и производственных условий.

Математический аппарат, используемый при планировании (прогнозировании), при проектировании и расчетах, связанных с организационной и хозяйственной деятельностью, чрезвычайно разнообразен.

Широкое применение получили методы исследования операций, главная задача которых состоит в разработке научных методов анализа операций, объективного сравнения различных решений и выборе наилучших. Для этого используются различные методы оптимизации, теория вероятностей и математическая статистика. К первой группе математических методов относятся:

1. Линейное программирование — метод поиска таких неотрицательных значений неизвестных $x_1, x_2, \ldots, x_n$, которые обращают целевую функцию в максимум или минимум при наличии ряда ограничивающих условий. При этом ограничения и целевая функция представляют собой линейные зависимости между неизвестными [1–5].

2. Нелинейное программирование, объединяющее методы, которые позволяют решать задачи в постановке, аналогичной задачам линейного программирования, но для случаев, когда неизвестные входят в выражения ограничений и целевой функции не только в первой степени [6–8].

3. Динамическое программирование — метод, с помощью которого решаются задачи, характеризующиеся многоэтапностью процесса и возможностью на каждом этапе описать задачу при помощи незначительного числа переменных [9–12].

4. Метод анализа вариантов, применяющийся в основном для задач, которые не могут быть решены или для решения которых целесообразно применять перечисленные выше методы. Этот метод широко применяется в инженерной практике, и новое его содержание базируется на использовании быстродействия современных персональных компьютеров.

5. Метод сетевого планирования и управления (СПУ), предназначенный для составления оптимального плана проведения сложных работ. Оптимизация календарного планирования увязывается здесь с оптимизацией стоимости разработки, с учетом сроков проведения работ, надежностью и другими технико-экономическими показателями [13–15].

Ко второй группе математических методов относятся некоторые специальные методы теории вероятностей и математической статистики [16–19]:

1. Из всего многообразия вероятностных методов при решении экономико-математических задач горного производства на практике наибольшее распространение получили методы математической статистики, в частности регрессионный анализ.

Регрессионные методы широко используются при экономическом анализе различных сторон деятельности горных предприятий для установления зависимостей между факторами, характеризующими процессы в экономических системах, а также при постановке и решении задач планирования и управления горным производством детерминированными методами.

2. Управление работой горных предприятий связано с необходимостью прогнозирования различных сторон их деятельности на перспективу. Оценка соответствующих технико-экономических показателей работы горных предприятий осуществляется с помощью математических методов прогнозирования. Наиболее важные из них — многофакторные прогнозирующие модели, охватывающие важнейшие стороны реального процесса.

3. При построении прогнозирующих моделей выделяют детерминированную (тренд) и случайную составляющие явления.

Описание случайных составляющих прогнозирующих моделей для ряда задач горного производства осуществляется с помощью методов теории случайных функций. Использование тренда и случайной составляющей позволяет наиболее полно описать закономерности изменения экономических и технологических процессов на горных предприятиях.

4. При решении многих задач планирования и управления горным производством необходимо учитывать влияние различных случайных факторов, поэтому приходится принимать решения в условиях неопределенности.

Учет неопределенности в таких задачах может быть осуществлен с помощью различных методов, например, с помощью анализа решения модели на чувствительность (при использовании детерминированных моделей) или решения моделей, содержащих фактор неопределенности в явном виде. В частности, в явном виде исследование влияния неопределенности может быть выполнено с помощью методов теории статистических решений.

5. Горное предприятие представляет собой сложную систему, технико-экономические показатели которой зависят от большого количества различных факторов. Часть из них носит детерминированный характер, другие являются случайными.

Для выбора оптимальных решений в этих условиях могут быть использованы методы имитационного моделирования.

Имитация работы горных предприятий с помощью ЭВМ значительно расширяет возможности исследования их работы, что делает имитационное моделирование одним из наиболее перспективных методов планирования и управления.

Типы задач оптимизации работы горного предприятия

Задачи оптимизации работы горного предприятия можно условно разбить на пять типов.

К первому относятся одни из наиболее сложных и громоздких задач по рациональному размещению горных предприятий по бассейнам и месторождениям и планированию добычи полезного ископаемого и капитальных вложений. При этом необходимо учитывать отраслевые особенности горного предприятия, межотраслевые и региональные экономические и производственные связи, что в конечном итоге влияет на затраты труда, материальные и денежные средства на добычу, переработку, доставку к потребителю и использование полезного ископаемого.

Ко второму типу задач относится определение основных параметров строящихся и реконструируемых горных предприятий: выбор производственной мощности предприятия, способов вскрытия, подготовки шахтных полей и систем разработки, технологии работ в очистных и подготовительных выработках, схем подземного транспорта и вентиляции, компоновки зданий и сооружений на поверхности и способа обогащения полезных ископаемых.

К третьему типу относятся задачи оптимального планирования горных работ в период строительства и реконструкции горных предприятий. В состав горнопроходческих работ при строительстве горных предприятий входит конечное число сооружаемых горных выработок, каждая из которых характеризуется ее назначением, оборудованием, формой, площадью сечения, материалом и параметрами крепи, технологией горнопроходческих работ, сроками сооружения и другими факторами.

К четвертому типу относятся задачи планирования горного производства в период освоения проектной мощности: определение оптимального объема горных работ, подготовляемого к моменту сдачи в эксплуатацию, порядка и последовательности отработки выемочных полей в период освоения проектной мощности на основе рассмотрения ряда альтернативных вариантов.

К пятому типу относятся задачи оптимального планирования горных работ в период отработки запасов при постоянной добыче. Применяемые в очистных забоях техника, технология и организация работ, параметры очистных забоев, системы разработки, способы проветривания влияют на размер добычи и эксплуатационные расходы.

Выбор рациональных решений при планировании и управлении горным производством осуществляется с помощью оптимизационных моделей.

На практике при решении приведенных выше задач наибольшее распространение получили детерминированные методы, основными из которых являются методы математического программирования.

Среди них наиболее эффективными являются методы линейного программирования, на базе которых строятся линейные экономико-математические модели оптимизации горного производства.

Метод линейного программирования — теоретическая основа для решения горно-экономических задач

Линейное программирование является наиболее разработанным разделом математического программирования и теоретической основой для решения горно-экономических задач, в которых целевая функция является линейной функцией многих переменных, а ограничивающие условия заданы системой линейных равенств и неравенств. В наиболее общем виде задача линейного программирования сводится к получению экстремума линейной функции:

$$L(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_jx_j + ... + c_nx_n \tag{1}$$

при наличии условий

$$x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0;\ \ldots;\ x_j \geq 0; \ldots;\ x_n \geq 0;$$

т.е. в общем случае $x_j \geq 0$

$$\begin{gathered}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1j}x_j + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2j}x_j + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + ... + a_{ij}x_j + ... + a_{in}x_n = b_i \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mj}x_j + ... + a_{mn}x_n = b_m,
\end{gathered} \tag{2}$$

т.е. в общем случае

$$\sum_{i=1}^{i=m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i$$

$$i = 1, 2, ..., m;\ j = 1, 2, ..., n.$$

Данные условия могут дополниться неравенством вида

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i, \tag{3}$$

где i = 1,2,..., m' при $m' \ge m$.

Значения переменных x_j, сообщающих функции цели экстремальное значение при соблюдении всех ограничений, образуют так называемый оптимальный план задачи. В одном из наиболее известных примеров задач линейного программирования — транспортной задаче c_j — стоимости перевозки 1 т угля, x_j — количество угля, перевозимого в различных направлениях.

Содержание коэффициентов a_{ij} может быть самым различным. Это могут быть: показатели удельных капиталовложений на 1 т производственной мощности по отдельным объектам, нормы расходования топлива или сырья на 1 т продукции и т.п.; b_i — некоторые нормативные или регламентируемые значения объема или качества продукции, работы и пр.

Существуют различные методы решения задач линейного программирования. Наиболее часто применяемые методы — симплексный (обычный, двойственный и модифицированный) и распределительный — описаны во многих отечественных и переводных руководствах и монографиях. Распределительный метод пригоден для решения тех задач, в ограничивающих уравнениях которых коэффициенты при переменных равны единице. Симплексный метод, или метод последовательных приближений, пригоден практически для любых задач линейного программирования, однако отличается большим числом расчетных итераций, которые должны быть выполнены для нахождения оптимального плана.

Аппарат линейного программирования можно применить, например, для решения задачи распределения добычи шахты между отдельными подъемными стволами. Имеется возможность его применения и для решения других транспортных и распределительных задач.

Часто встречается транспортная задача, имеющая в горной промышленности такую формулировку. Некоторый угольный район включает ряд шахт с определенной производительностью. Существует несколько мест потребления угля соответствующих марок. Стоимость перевозок в разных направлениях известна. Необходимо составить план перевозок, оптимальный по транспортным расходам, удовлетворяющий все запросы, но не выходящий за пределы производительности каждой шахты и ресурсов угля на них по каждой марке. Таким же образом может быть решена задача распределения дополнительной нагрузки на шахты района и т.д.

Значительная часть задач, связанных с оптимизацией комплексных проектов развития (включая реконструкцию и модернизацию) угольных районов и бассейнов, с определением уровня их развития и т.д., также успешно решается методами линейного программирования.

Наконец, с помощью моделей линейного программирования можно представить и решить задачи определения рациональной нагрузки на отдельные угольные пласты шахты; оптимального усреднения добываемого с разных пластов угля по какому-либо качественному показателю; оптимизации углепотоков и грузопотоков в шахте и на поверхности с целью решения конкретных задач вскрытия и подготовки шахтного поля; оптимизации сечения горных выработок по цепи наибольшей депрессии шахты или крыла; определения оптимальной плотности сети разведочных скважин и т.д.

Реализация методов линейного программирования сводится к выполнению последовательности однообразных по процедуре шагов (инерций). Приняв за начало вычислений некоторый набор чисел (план), составляющих вектор $X^0 = \left(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0\right)$, определяют в результате k-й итерации вектор $X^k = \left\{x_1^k, x_2^k, ..., x_n^k\right\}$, который по некоторому критерию оказывается более близким к решению задачи, чем $X^{k\text{-}1} = \left\{x_1^{k-1}, x_2^{k-1}, ...x_n^{k-1}\right\}$, где $L\left(\overline{X}^k\right) < L\left(\overline{X}^{k-1}\right)$ и т.д.

Однако при выполнении последовательности итераций могут возникнуть следующие случаи:

а) система сформулированных условий задачи противоречива, так как соответствующая неопределенная система уравнений не имеет неотрицательных решений $(x_j \ge 0)$;

б) система уравнений, хотя и имеет неотрицательные значения, однако экстремум (конечное его значение) или не существует, или отыскание его функционала связано с бесконечным числом итераций. Решение такой задачи может быть лишь приближенным;

в) система уравнений имеет неотрицательные решения, и значение экстремума конечно.

Имеется множество допустимых векторов $\overline{X}^k$, дающих оптимальные значения. При правильной формулировке практических задач обычно имеют место конечные решения.

Естественный недостаток линейных методов заключается в ограниченной области их применения, когда формулировка задачи может быть представлена в виде лишь линейных равенств и неравенств. Кроме того, статистический характер общей модели линейного программирования не позволяет их использовать в задачах, отражающих процессы во времени, в динамике.

Применение метода линейного программирования для установления оптимального варианта мероприятий по развитию группы объектов на горном предприятии

Мероприятия, проводимые на одном объекте, как правило, косвенно влияют и на другие объекты. Например, повышение нагрузки в одной лаве на шахте может привести к уменьшению добычи в другой лаве с иными горнопроизводственными условиями, а следовательно, и с иным уровнем себестоимости угля. Учесть такие косвенные последствия можно лишь при комплексном рассмотрении всей системы мероприятий по группе рассматриваемых объектов, что гарантирует правильность выбора оптимального варианта мероприятий.

В качестве метода, позволяющего проводить гарантированный выбор оптимального варианта мероприятий по группе объектов, может быть использован метод линейного программирования.

Выбранный вариант должен обеспечить минимальные годовые издержки производства, включая эксплуатационные издержки производства и нормативную стоимость погашения новых и теряемых капиталовложений.

Это условие может быть представлено так:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n-1}\left(S_{ij}+K_{ij}\right)x_{ij}+\sum_{i=1}^{m}\Phi_{in}x_{in}\rightarrow \min, \tag{4}$$

где S_{ij} — эксплуатационные издержки производства по i-му объекту при проведении j-го варианта мероприятий; K_{ij} — капиталовложения по i-му объекту при проведении j-го варианта мероприятий; φ_{in} — теряемые капиталовложения при ликвидации i-го объекта; x_{ij} — j-й вариант мероприятий по i-му объекту (принятие варианта мероприятий соответствует $x_{ij}=1$ и отказ от данного варианта мероприятий — $x_{ij}=0$).

Поиск минимального значения выражения (4) имеет смысл только в условиях определенных ограничений, в частности, задаваемых объемом производства и размером капиталовложений для всех объектов.

Ограничение по добыче полезного ископаемого:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}D_{ij}x_{ij}\geq D, \tag{5}$$

где D_{ij} — добыча полезного ископаемого по i-му объекту при проведении j-го варианта мероприятий; D — задаваемый объем добычи минерального сырья на всю группу объектов.

Ограничение по капиталовложениям:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}K_{ij}x_{ij}\leq K, \tag{6}$$

где K_{ij} — капиталовложения по i-му объекту при проведении j-го варианта мероприятий; K — общая сумма капиталовложений, отпускаемая на группу объектов.

Ограничение по количеству объекто-вариантов:

$$\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=1\left(i=1,2,...,m\right). \tag{7}$$

Если существуют другого рода ограничения, например, по каким-либо специальным видам работ или специальному оборудованию, то они также могут быть включены в общую систему ограничений.

Решение сформулированной в терминах линейного программирования задачи может проводиться на быстродействующем персональном компьютере с использованием стандартной подпрограммы линейного программирования.

Применение метода линейного программирования при выборе оптимального графика вскрышных работ при открытом способе добычи полезного ископаемого

Выбор календарного распределения объемов вскрышных работ на карьерах относится к вопросам, которые решались в основном на базе качественного анализа.

Для получения точного количественного решения задача может быть сформулирована в терминах линейного программирования таким образом.

Оптимальным считается такой календарный график, осуществление которого обеспечивает минимум суммы следующих затрат:

1. Эксплуатационные затраты на выполнение вскрышных работ в t-м периоде — $Э_{x_t}$ ($Э$ — затраты на 1м^3 вскрышных работ; x_t — искомый объем вскрышных работ в t-м периоде).

2. Эксплуатационные затраты на содержание неиспользуемого в t-м периоде оборудования — $Э_н z_t$ ($Э_н$ — затраты на содержание единицы мощности неиспользуемого оборудования; z_t — искомая мощность неиспользуемого в t-м периоде оборудования).

3. Капитальные вложения на приобретение, доставку и монтаж нового вскрышного оборудования — $K\gamma_t$ (K — капитальные вложения на приобретение единицы мощности оборудования; γ_t — искомая мощность приобретаемого в t-м периоде оборудования).

Оборудование для работы в t-м периоде приобретается в $(t-1)$-м году. Для приведения затрат к t-му году вводится коэффициент $(1+r)$, где r — нормативный коэффициент эффективности капиталовложений.

Оптимальными значениями переменных x_t, z_t, и γ_t будут такие значения, которые обеспечивают минимум целевой функции:

$$\sum_{t=1}^{T}\left\{\frac{1}{(1+r)^t}\left[Эx_t + Э_н z_t + (1+r)K\gamma_t\right]\right\} \to \min \tag{8}$$

при следующих ограничениях:

1. Выполнение в каждом периоде объема работ не менее планового $(V_i, t = 1, 2, ..., T)$:

$$\begin{gathered} x_1 \ge V_1 \\ x_1 + x_2 \ge V_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1 + x_2 + \ldots + x_t \ge V_t \\ x_1 + x_2 + \ldots + x_T \ge V_T. \end{gathered} \tag{9}$$

2. Соответствие в каждом периоде мощностей работающего x_t, неиспользуемого (резервного) z_t, приобретаемого γ_t, ликвидируемого β_t и имевшегося на начало эксплуатации φ_0 оборудования:

$$\begin{gathered} x_1 + z_1 = \varphi_0 + \gamma_1 - \beta_1. \\ x_2 + z_2 = x_1 + z_1 + \gamma_2 - \beta_2. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_t + z_t = x_{t-1} + z_{t-1} + \gamma_t - \beta_t \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_T + z_T = x_{T-1} + z_{T-1} + \gamma_T - \beta_T. \end{gathered} \tag{10}$$

Сформулированная в таком виде задача может быть решена с применением стандартной подпрограммы симплекс-метода линейного программирования.

Методический подход к оптимальному планированию добычи железной руды на участках карьера с применением симплекс-метода

Как известно, сырьевыми источниками, способствующими развитию черной металлургии в республике, являются железная руда, месторождения хромитовых и марганцевых руд, коксующиеся угли, флюсовое и огнеупорное сырье. Анализ показывает, что сырьевая база черной металлургии располагает достаточными запасами, разработка которых способна не только обеспечить эффективную работу металлургических предприятий республики (АО «АрселорМиттал Темиртау», Актюбинский и Аксуский ферросплавный заводы), но и осуществлять поставку их продукции на экспорт.

Сейчас основные балансовые запасы железных руд сосредоточены в Костанайской и Карагандинской областях, где на их базе действуют горнообогатительные предприятия. В настоящее время разрабатывается 12 месторождений. Степень подготовленности запасов к промышленному освоению составляет 53,2 %. В Казахстане эксплуатируется несколько месторождений железных руд с утвержденными запасами свыше 6 млрд т, среди которых Соколовско-Сарбайское (включая Качары), с утвержденными запасами более 2500 млн т (содержание железа 38–43 %, вредная примесь — сера), Лисаковское, с утвержденными запасами 3000 млн т (содержание железа 34–38 %, вредная примесь — фосфор), Атасуйское (Кентюбинское, Каражальское), с утвержденными запасами более 800 млн т (содержание железа 48–70 %, вредная примесь — сера), Атансорское, с утвержденными запасами более 39 млн т (содержание железа 35–57 %, вредные примеси отсутствуют) [20; 90, 91].

Развитие железорудной промышленности показало высокую эффективность концентрации добычного и перерабатывающего производств на одном горнообогатительном предприятии, причем большой производственной мощности. Именно этот путь был выбран при создании рудной базы металлургических заводов Урала на железорудных месторождениях Костанайской области Казахстана.

Учитывая это, в 1986 г. на базе Соколовско-Сарбайского горнообогатительного комбината (ССГОК) было организовано Соколовско-Сарбайское горнообогатительное производственное объединение (ССГПО), в состав которого вошли Соколовский, Сарбайский, Качарский и Куржункульский карьеры и Соколовский подземный рудник как его горнодобывающие подразделения, задачей которых являлись добыча и поставка сырой железной руды на рудоподготовительный комплекс ССГПО в г. Рудном.

После преобразования горнообогатительного производственного объединения в акционерное общество в 1995 г. начался новый этап в развитии ССГПО. На протяжении всех лет существования предприятий АО «ССГПО» постоянное внимание уделялось совершенствованию техники и технологии работ по добыче и переработке руд.

Разрабатываемые АО «ССГПО» 4 железорудные месторождения составляют основную часть минерально-сырьевой базы черной металлургии Казахстана, расположенной на территории Костанайской области. Здесь добывается более 95 % казахстанского железорудного сырья. Остаток запасов в проектных контурах карьеров составляет более 1200 млн т. При существующей суммарной производительности карьеров АО «ССГПО» обеспеченность запасами для открытой разработки составляет более 90 лет, а с учетом доработки подземным способом — более 200 лет [21–23].

В одном из железорудных карьеров АО «ССГПО» вскрытые запасы представлены рудами с различным содержанием железа и примесей (табл. 1).

Т а б л и ц а 1

Содержание железа и примесей на рудных участках карьера АО «ССГПО», %

Рудные компоненты и примеси	Рудные участки карьера				
	1	2	3	4	5
Fe (железо)	50	55	58	60	61
S (сера)	0,16	0,14	0,15	0,12	0,11
SiO_2 (кремнезем)	13,0	12,5	12,0	11,7	11,4

Суточный план предприятия (с резервом для перевыполнения плана) составляет 10 тыс. т. Основным вопросом поставленной проблемы является отыскание оптимальных объемов добычи руды на участках карьера по критерию минимального содержания в рудной массе SiO_2 с обязательным выполнением производственной программы, постоянным содержанием железа, равным 56,5 %, и наличием серы, не превышающим 0,15 %. Помимо указанных условий, должно быть обеспечено развитие фронта работ в соответствии с планом горных выработок. В математической форме поставленная задача выражается следующими ограничениями и целевой функцией:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10000; \quad (11)$$

$$0,50x_1 + 0,55x_2 + 0,58x_3 + 0,60x_4 + 0,61x_5 = 5650; \tag{12}$$

$$0,0016x_1 + 0,0014x_2 + 0,0015x_3 + 0,0012x_4 + 0,0011x_5 \le 15; \tag{13}$$

$$x_1 \ge 1800; \tag{14}$$

$$x_2 \ge 1600; \tag{15}$$

$$x_3 \ge 1500; \tag{16}$$

$$x_4 \ge 1100; \tag{17}$$

$$x_5 \ge 1000; \tag{18}$$

$$f = 0,13\mathrm{x}_1 + 0,125x_2 + 0,12x_3 + 0,117x_4 + 0,114x_5 \to \min, \tag{19}$$

где x — оптимальный объем добычи руды на различных участках карьера; f — целевая функция.

Коэффициенты при неизвестных величинах в выражениях (12), (13), (19) указывают на содержание железа, серы и кремнезема в руде на каждом из участков карьера.

Неравенства (14)–(18) отражают условия развития фронта работ.

Выражения (11)–(18) необходимо привести к виду, удобному для решения задачи симплексным методом:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \omega_1 = 10000;$$

$$0,50x_1 + 0,55x_2 + 0,58x_3 + 0,60x_4 + 0,61x_5 + \omega_2 = 5650;$$

$$0,0016x_1 + 0,0014x_2 + 0,0015x_3 + 0,0012x_4 + 0,0011x_5 + y_1 = 15;$$

$$x_1 - y_2 + \omega_3 = 1800;$$

$$x_2 - y_3 + \omega_4 = 1600;$$

$$x_3 - y_4 + \omega_5 = 1500;$$

$$x_4 - y_5 + \omega_6 = 1100;$$

$$x_5 - y_6 + \omega_7 = 1000;$$

$$0,13x_1 + 0,125x_2 + 0,12x_3 + 0,117x_4 + 0,114x_5 + M\left(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6 + \omega_7\right) \to \min,$$

где y — дополнительные неизвестные; ω — искусственные неизвестные; M — любое сколь угодно большое положительное число.

Оптимальное решение дано в симплексной таблице 2.

Таблица 2

Оптимальное решение, представленное в симплексной таблице

i	Базис	c	План	M	M	M	M	M	0	M	0	0	0	M
				ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	y_1	ω_1	y_3	y_4	y_5	ω_2
1	y_2	0	910	0	0	0	0	0	0	1	0,546	0,273	0,089	0
2	y_6	0	2090	0	0	0	0	0	0	0	0,455	0,728	0,91	1
3	y_1	0	1,466	0	0	0	0	0	1	0	0,0000278	0,000264	0,0000545	0
4	x_1	0,13	2710	1	0	0	0	0	0	0	0,547	0,273	0,089	0
5	x_2	0,125	1600	0	1	0	0	0	0	0	–1	0	0	0
6	x_3	0,12	1500	0	0	1	0	0	0	0	0	–1	0	0
7	x_4	0,117	1100	0	0	0	1	0	0	0	0	0	–1	0
8	x_5	0,114	3090	0	0	0	0	1	0	0	0,455	0,728	0,91	0
9	Индексная строка		1213	0	0	0	0	0	0	0	–0,002	–0,012	–0,001	0
10			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Оптимальная программа рекомендует выполнение работ по добыче руды в следующих объемах:

Рудные участки карьера	Объем добычи руды, т
1	2710
2	1600
3	1500
4	1100
5	3090

В этом случае достигается заданное содержание железа в рудном составе. Требуемый минимум наличия в рудной массе кремнезема определяется 12,13 %, а содержание S оказывается равным 0,135 %.

Таким образом, решение рассматриваемой задачи симплекс-методом позволяет получить оптимальный план добычи руды с учетом обеспечения в рудной массе необходимого содержания железа и вместе с тем заданного или минимального наличия вредных примесей.

Определение оптимального количества рабочих на добычных участках шахты с помощью симплексного метода линейного программирования

Эффективность работы производственных коллективов — бригад на основных технологических процессах в значительной степени определяется количеством одновременно занятых рабочих. Поэтому в процессе проектирования рациональной организации труда возникает задача определения оптимального количества рабочих.

Такая задача должна прежде всего решаться для очистных работ. Поэтому построим сначала модель численности рабочих на добычных участках. Задача состоит в том, чтобы определить количество рабочих на каждом эксплуатационном участке шахты, при котором обеспечивается максимальная добыча угля по шахте при соблюдении определенных организационно-технических ограничений.

Предположим, что на шахте имеется n эксплуатационных участков. Суточная производительность труда рабочих по каждому из участков может составлять $P_1, P_2, \ldots, P_n$.

Если шахта отнесена к опасным по газу и пыли, то в соответствии с Правилами безопасности на каждый участок на одного рабочего необходимо подавать не менее $q_1, q_2, \ldots, q_n$, м^3/мин воздуха. Производительность общешахтного вентилятора главного проветривания составляет Q, м^3/мин.

В соответствии с имеющимся фронтом работ число рабочих первого участка не должно превышать N_1 человек, второго — N_2 человек и т.д. При этом общее количество работающих не должно быть более N человек. Режим работы каждого эксплуатационного участка определяется количеством добычных смен соответственно $t_1, t_2, \ldots, t_n$.

Суточная добыча шахты определится как сумма суточной добычи каждого эксплуатационного участка:

$$A_{сут} = \sum_{i=1}^{n} P_i x_i, \text{ т},$$

где x_i — численность рабочих на i-м участке; P_i — производительность труда рабочего на i-м эксплуатационном участке.

Полагая, что количество рабочих на участках по сменам распределяется равномерно, количество рабочих по каждому участку в каждую смену составит:

$$\frac{x_1}{t_1},\ \frac{x_2}{t_2},\ \ldots,\ \frac{x_n}{t_n}.$$

Если шахта отнесена к категории газовых, то проветривание очистных забоев каждого участка должно осуществляться обособленно. Следовательно, на каждый добычной участок должно поступать воздуха

$$q_1\frac{x_1}{t_1},\ q_2\frac{x_2}{t_2},\ \ldots,\ q_n\frac{x_n}{t_n}.$$

Вместе с тем суммарное количество поступающего в шахту воздуха не должно превышать производительности общешахтного вентилятора Q; этим самым определяется еще одно ограничение.

Таким образом, математическая модель сформулированной задачи будет иметь вид

$$A_{\text{сут}} = \sum_{i=1}^{n} P_i x_i \to \max; \tag{20}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \le N; \tag{21}$$

$$x_1 \le N_1;\ x_2 \le N_2;\ \ldots;\ x_n \le N_n; \tag{22}$$

$$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ \ldots;\ x_n \ge 0; \tag{23}$$

$$\sum_{i=1}^{n} q_i \frac{x_i}{t_i} \le 0. \tag{24}$$

В данной модели выражение (20) представляет целевую функцию, в которой в качестве критерия оптимальности принята суточная добыча шахты.

Выражение (21) является ограничением модели, которое указывает на то, что сумма оптимальных значений количества рабочих по каждому участку не должна превышать общего количества работах по шахте N.

Ограничения (22) показывают верхний допустимый предел количества рабочих по каждому участку, в то время как ограничения (23) определяют нижний предел и требование неотрицательности искомых значений x_i.

Наконец, ограничение (24) показывает максимально допустимое количество воздуха, одновременно подаваемое на все участки шахты.

В качестве оптимизируемых величин выступают искомые количества рабочих на каждом участке x_i.

В связи с тем, что целевая функция и ограничения линейны, то данная модель может быть решена методами линейного программирования.

Для иллюстрации метода определения оптимального количества рабочих на добычных участках шахты с помощью рассмотренной модели решим числовой пример. Исходные данные для решения числового примера приведены в таблице 3.

Таблица 3

Данные шахты «Казахстанская» угольного департамента (УД) АО «АрселорМиттал Темиртау» для решения задачи

Эксплуатационный участок	Число участков по шахте n	Максимально возможное число рабочих на участке N_i, чел.	Производительность труда рабочего на i-м участке P_i, т/смену	Число добычных смен, t	Минимальное количество воздуха, подаваемое на 1 чел., занятого на участке q_i, м^3/мин
№ 1		100	7	3	7,5
№ 2		160	6	3	6,0
№ 3		140	5	3	9,0
По шахте	3	400			Q = 900

При наличии числовых исходных данных модель получит вид

$$\left.\begin{aligned} &A_{\text{сут}} = 7x_1 + 6x_2 + 5x_3 \to \max \\ &x_1 + x_2 + x_3 \le 400 \\ &0 \le x_1 \le 100; 0 \le x_2 \le 160; 0 \le x_3 \le 140 \\ &2{,}5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 900 \end{aligned}\right\} \qquad (25)$$

Решим модель симплексным методом линейного программирования.

Преобразуем систему неравенств (25) в систему уравнений путем введения дополнительных переменных t_1, t_2, t_3, t_4, t_5:

$$\left.\begin{aligned} 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1t_1 + 0t_2 + 0t_3 + 0t_4 + 0t_5 = 400 \\ 2,5x_1 + 2,0x_2 + 3x_3 + 0t_1 + 1t_2 + 0t_3 + 0t_4 + 0t_5 = 900 \\ 1x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0t_1 + 0t_2 + 1t_3 + 0t_4 + 0t_5 = 100 \\ 0x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0t_1 + 0t_2 + 0t_3 + 1t_4 + 0t_5 = 160 \\ 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 + 0t_1 + 0t_2 + 0t_3 + 0t_4 + 1t_5 = 140 \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

Эти же дополнительные переменные введем в целевую функцию:

$$A_{\text{сут}} = 7x1 + 6x2 + 5x3 + 0t1 + 0t2 + 0t3 + 0t4 + 0t5.$$

Введенные дополнительные переменные имеют определенный смысл. Так, переменная t_1 означает разность между максимально возможным числом работающих на всех эксплуатационных участках шахты и их искомым — оптимальным количеством; t_2 — неиспользованное количество воздуха; t_3 — разность между максимально возможным числом работающих на первом участке и их искомым количеством; t_4 — то же для второго участка; t_5 — то же для третьего участка.

Исходная матрица симплекс-метода приведена в таблице 4, из данных которой видно, что в качестве исходного опорного плана принят план, при котором $x_1 = x_2 = x_3 = 0$, а значения дополнительных переменных $t_1 = 400$, $t_2 = 900$, $t_3 = 100$, $t_4 = 160$ и $t_5 = 140$.

Таблица 4

Исходная матрица симплекс-метода

Номер строки	Номер столбца											Контрольный столбец
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1				7	6	5	0	0	0	0	0	
2				x_1	x_2	x_3	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	
3	0	t_1	400	1	1	1	1	0	0	0	0	404
4	0	t_2	900	2,5	2	3	0	1	0	0	0	908,5
5	0	t_3	100	1	0	0	0	0	1	0	0	102
6	0	t_4	160	0	1	0	0	0	0	1	0	162
7	0	t_5	140	0	0	1	0	0	0	0	1	142
8			0	–7	–6	–5	0	0	0	0	0	–18

Для определения оптимального плана эту исходную таблицу необходимо преобразовывать по алгоритму симплекс-метода до тех пор, пока в контрольном столбце будут только положительные величины.

В качестве ведущего столбца необходимо принять четвертый столбец, содержащий отрицательное число последней восьмой строки. Далее разделим последовательно числа третьего столбца на положительные числа четвертого столбца и найдем среди частных минимальное значение. Это частное $\frac{100}{1} = 100$ будет соответствовать пятой строке. Поэтому в качестве ведущей принимаем пятую строку.

Применяя последовательно алгоритм симплекс-метода, получим первую преобразованную матрицу (табл. 5), вторую преобразованную матрицу (табл. 6) и, наконец, окончательную матрицу (табл. 7), в которой последняя строка не содержит отрицательных чисел. Это и является руководящим признаком, указывающим на то, что получено оптимальное решение задачи.

Таблица 5

Первая преобразованная матрица

Номер строки	Номер столбца											Контрольный столбец
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1				7	6	5	0	0	0	0	0	
2				x_1	x_2	x_3	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	
3	0	t_1	300	0	1	1	1	0	–1	0	0	302
4	0	t_2	650	0	2	3	0	1	–2,5	0	0	653,5
5	7	x_1	100	1	0	0	0	0	1	0	0	102
6	0	t_4	160	0	1	0	0	0	0	1	0	162
7	0	t_5	140	0	0	1	0	0	0	0	1	142
8			700	0	–6	–5	0	0	7	0	0	696

Т а б л и ц а 6

Вторая преобразованная матрица

Номер строки	Номер столбца											Контрольный столбец
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1				7	6	5	0	0	0	0	0	
2				x_1	x_2	x_3	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	
3	0	t_1	140	0	0	1	1	0	–1	–1	0	140
4	0	t_2	330	0	0	3	0	1	–2,5	–2	0	329,5
5	7	x_1	100	1	0	0	0	0	1	0	0	102
6	6	x_2	160	0	1	0	0	0	0	1	0	162
7	0	t_5	140	0	0	1	0	0	0	0	1	142
8			1660	0	0	–5	0	0	7	6	0	1668

Т а б л и ц а 7

Окончательная матрица

Номер строки	Номер столбца											Контрольный столбец
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1				7	6	5	0	0	0	0	0	
2				x_1	x_2	x_3	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	
3	0	t_1	30	0	0	0	1	1/3	–1/6	–1/3	0	30 1/6
4	5	x_3	110	0	0	1	0	1/3	–5/6	–2/3	0	109 5/6
5	7	x_1	100	1	0	0	0	0	1	0	0	102
6	6	x_2	160	0	1	0	0	0	0	1	0	162
7	0	t_5	140	0	0	1	0	0	0	0	1	142
8			2210	0	0	0	0	12/3	25/6	22/3	0	2217 1/6

Это решение заключается в следующем: максимальная добыча по шахте составляет 2210 т при количестве рабочих на первом участке $x_1 = 100$ человек, на втором участке $x_2 = 160$ человек и на третьем участке $x_3 = 110$ человек.

Таким образом, задача оптимизации количества занятых рабочих на эксплуатационном участке решена.

Методические принципы оптимального распределения плановой добычи угля по шахтам Карагандинского бассейна

Сущность комплексного метода линейного программирования заключается в нахождении оптимального решения при распределении плановой (прогнозной) добычи угля по шахтам угольного департамента АО «АрселорМиттал Темиртау» (входит 8 шахт Карагандинского бассейна — им. Костенко, им. Т.Кузембаева, «Саранская», им. В.И.Ленина, «Абайская», «Шахтинская», «Казахстанская», «Тентекская») в зависимости от себестоимости добываемого угля и его качества.

Оптимальное распределение добычи угля производится с учетом фактически сложившихся условий производственно-хозяйственной деятельности шахт за определенный период, фактической добычи, затрат на добычу 1 т угля и содержания золы в горной массе. При этом добыча по УД планируется на основе возможного объема добычи из отдельных шахт при условии наиболее полного использования наличных производственных ресурсов и применяемой технологии.

Первоначально определяются средневзвешенные значения себестоимости угля и содержания золы за учитываемый период по шахтам и по УД:

$$\overline{\mathrm{C}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i Д_{\mathrm{i}}}{\sum_{i=1}^{n} Д_{\mathrm{i}}};$$

$$\overline{\mathrm{A}}^{S} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i^S Д_{\mathrm{i}}}{\sum_{i=1}^{n} Д_{\mathrm{i}}},$$

где $\overline{C}$, $\overline{A}^S$ — соответственно средневзвешенные значения себестоимости угля и содержания золы за предшествующий период; C_i, A_i^S — соответственно себестоимость угля и содержание золы за i-й месяц; $Д_i$ — добыча угля за i-й месяц, т; n — число месяцев в учитываемом периоде.

Затем определяются максимальные и минимальные значения добычи угля по шахтам и по УД за учитываемый период. Эти значения устанавливаются путем перемножения минимальных и максимальных величин среднесуточной добычи на плановое число рабочих дней.

После этого определяется коэффициент, характеризующий условные затраты на 1 т угля по каждой шахте:

$$К_з = \overline{C} + \left(\overline{A}^s - \overline{A}_k^s\right) qЦ_p,$$

где $\overline{A}_k^s$ — средневзвешенное значение содержания золы в угле по угольному департаменту в целом; q — норматив корректировки цены при изменении содержания золы на 1 %; $Ц_p$ — цена 1 т добываемого угля по УД, тенге/т.

Минимизируется целевая функция, выражающая сумму условных затрат по УД:

$$F = \sum_{i=1}^{m} К_{зi} Д_i \to \min.$$

При ограничениях

$$Д_{i\ \min} \le Д_i \le Д_{i\ \max}.$$

$$\sum_{i=1}^{m} Д_i = Д_{пл},$$

где $Д_i$ — месячный план по добыче угля i-й шахты, т; $Д_{пл}$ — месячный план по добыче угля по УД, т; $Д_{i\ \min}, Д_{i\ \max}$ — соответственно минимальная и максимальная добыча по i-й шахте, т; m — число шахт, входящих в УД (входят 8 шахт).

После определения коэффициентов условных затрат производится распределение плановой добычи по шахтам по следующей схеме: всем шахтам перед распределением дается минимальная нагрузка; определяется разница между максимальной и минимальной добычей Δd_i; подсчитывается итог минимальной добычи по УД и определяется разница между итогом и плановой добычей $\Delta Д$; разница $\Delta Д$ распределяется шахтам с наименьшими значениями коэффициента затрат, но в пределах максимальной нагрузки. Причем по мере прибавления к минимуму добычи по каждой шахте разницы Δd_i от $\Delta Д$ вычитаются эти суммы, до полного исчерпания $\Delta Д$.

После этого вновь определяются средневзвешенные значения себестоимости угля и содержания золы по УД в связи с новым распределением.

Затем производится сравнение средневзвешенных величин себестоимости угля и содержания золы по УД, полученных за предшествующий период, и в результате оптимального распределения добычи определяется разница между ними:

$$\Delta C = \overline{C}_p - \overline{C}_{пр};$$

$$\Delta A^S = \overline{A}_p^s - \overline{A}_{пр}^s.$$

На основе полученного распределения плановой (прогнозной) добычи по шахтам УД АО «АрселорМиттал Темиртау» может устанавливаться ожидаемая прибыль от изменения себестоимости и качества угля по сравнению с фактически сложившимися условиями:

$$П_c = \Delta C Д_{пл};$$
$$П_{A^s} = \Delta A^s Д_{пл} q Ц_p.$$

Простота и доступность, а также экономическая сущность этого метода в сочетании с производством расчетов на современном быстродействующем персональном компьютере позволяют использовать его при текущем планировании, прогнозировании и управлении процессом добычи угля на шахтах УД АО «АрселорМиттал Темиртау».

References

1 *Volkov V.A.* Elements of linear programming. — Moscow: Education, 1975. — 143 p.

2 *Gass S.* Travels to the country of linear programming: Transl. from English. — Moscow: «World», 1971. — 176 p.

3 *Eremin I.I., Astafyev N.N.* Introduction in the theory of linear and convex programming. — Moscow: Main edition of physical and mathematical literature of «Science» publishing house, 1976. — 192 p.

4 *Karmanov V.G.* Mathematical programming. — Moscow: Main edition of physical and mathematical literature of «Science» publishing house, 1975. — 272 p.

5 *Romakin M.I.* Mathematical apparatus of optimizing tasks. — Moscow: Statistics, 1975. — 112 p.

6 *Kantorovich L.V., Gorstko A.B.* Optimum decisions in economy. — Moscow: Science, 1972. — 232 p.

7 *Avdulov P.V.* Mathematical programming in mining industry. — Moscow: MSI, 1970. — 280 p.

8 *Zherebcov V.M.* Mathematical methods of optimization in economy: Manual. — Zhezkazgan: ZhezU, 1998. — 344 p.

9 *Arys R.* Discrete dynamic programming. Introduction in optimization of multistep processes: Transl. from English. — Moscow: World, 1969. — 172 p.

10 *Bellman R., Endzhel E.* Dynamic programming and the equations in private derivatives: Transl. from English. — Moscow: World, 1974. — 208 p.

11 *Pinsker A.G., Bryzhina E.F.* Bases of optimum programming. — L.: Publishing house of the Leningrad university, 1974. — 188 p.

12 *Schedrin N.I., Karkhov A.N.* Mathematical methods of programming in economy. — Moscow: Statistics, 1974. — 144 p.

13 *Ahudja X.* Network methods of management in design and production: Transl. from English. — Moscow: World, 1979. — 639 p.

14 *Borozdin I.G.* Network planning and management in construction. — Moscow: Stroyizdat, 1972. — 288 p.

15 *Razumov I.M., Belova L.D., Ipatov M.I., Proskuryakova A.V.* Network schedules in planning: Manual. — Moscow: The higher school, 1981. — 168 p.

16 *Ivanov V.M., Kalinin V.N, Neshumov L.A. et al.* Mathematical statistics: Textbook. — Moscow: The higher school, 1981. — 371 p.

17 *Ionesku K., To Iordak V., Moynyagu K. et al.* Statistical methods of research of correlations in economy: Transl. from Rom. — Moscow: Statistics, 1972. — 160 p.

18 *Marinesku I., Moynyagu Ch., Niculescu R., et al.* Bases of mathematical statistics and its application: Transl. from Rom. — Moscow: Statistics, 1970. — 224 p.

19 *Politova I.D.* The dispersive and correlation analysis in economy: Manual. — Moscow: Economy, 1972. — 224 p.

20 *Karenov R.S.* Priorities of strategy of industrial and innovative development of the mining industry of Kazakhstan: Monograph. — Astana: Publishing house of KAZUEFMT, 2010. — 539 p.

21 *Bitimbayev M.Zh., Maulyanbayev T.I.* Formation of the main source of raw materials of ferrous metallurgy of Kazakhstan // Mountain magazine of Kazakhstan. — 2007. — P. 2–6.

22 *Turdakhunov M.M.* SSGPO — leading enterprise of the Republic of Kazakhstan on production and enrichment of iron ore // the Mountain magazine. — 2001. — № 11. — P. 16–22.

23 *Semiletova I.A., Seydala A.S., Lazareva E.A.* Condition mineral bases of iron ore branch of Kazakhstan // Mountain magazine of Kazakhstan. — 2004. — № 4. — P. 2–5.

Р.С.Каренов

Кен-экономикалық зерттеулерде сызықтық бағдарламалау тәсілін қолданудың ілімдік және әдістемелік негіздері

Кен кәсіпорындарының ұйымдық-шаруашылық қызметімен байланысты жоспарлауда, болжауда, жобалауда және есептеулерде қолданылатын математикалық аппараттың әр алуан болып келетіндігі көрсетілген. Пайдалы қазбалар игеруші кәсіпорынның жұмысын оңтайландыру міндеттерін бес типке бөліп қарастыруға болатындығы айтылған. Кен-экономикалық есептерді шешудің негізі ретінде математикалық бағдарламалаудың барынша көбірек игерілген тарауы сызықтық бағдарламалау алынуы қажеттігі дәлелденген. Кен кәсіпорындарындағы нысандар тобын дамыту бағытында жүргізілетін іс-шаралардың оңтайлы нұсқасын айқындау үшін сызықтық бағдарламалау тәсілін қолдану мүмкіндігі қарастырылған. Пайдалы қазбаларды ашық әдіспен игеруде атқарылатын беттік қабаттарды аршу жұмыстарының оңтайлы графигін таңдауда бұл әдістің артықшылығы көрсетілген. Симплекс тәсілдерді қолдана отырып, кеніш учаскелерінде пайдалы қазбаларды өндіруді оңтайлы жоспарлау әдістері ұсынылған. Симплекс әдістің көмегімен шахталардың өндіру учаскелеріндегі жұмыс істейтін адамдардың оңтайлы санын іздестіру бойынша әдістемелік қағида жасалған.

R.S.Karenov

Theoretical and methodical bases of application of a method of linear programming in mountain and economic researches

It is emphasized that the mathematical apparatus used at planning, forecasting, design and the calculations connected with organizational economic activity of the mining enterprises, is various. It is specified that problems of optimization of work of the enterprise of production of mineral can be broken into five types conditionally. It is proved that the linear programming being the most developed section of mathematical programming can become a theoretical basis for the solution of mountain and economic tasks. Possibilities of application of a method of linear programming for establishment of optimum option of actions for development of group of objects at the mining enterprise are considered. Expediency of use of this method is shown at a choice of the optimum schedule of stripping works at an open way of production of mineral. It is offered methods of optimum planning of production of iron ore on pit sites with application of a simplex method. Methodical provisions on finding of optimum number of workers on mining sites of mine by means of a simplex method are developed.

ӘОЖ 517.518

А.М.Омаров, Ж.Т.Есендаулетова

Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті (E-mail: jako-2009@yandex.ru)

Мектеп курсындағы математиканың логикалық есептерін графтар теориясымен есептеу

Мақалада мектеп курсындағы математиканың логикалық есептерін шешуде қолданылуы мүмкін болатын графтар теориясы мен жиындардың негізгі элементарлы түсініктері қарастырылды. Математиканың элементарлы курсынан алынған әр түрлі логикалық мысалдарда, графтар теориясын пайдалану арқылы берілген есептерді шешу амалдары мен әдістері көрсетілген. Кейбір есептер бірнеше амалдар арқылы есептелінген, яғни, аналитикалық әдіспен және жиындар немесе графтар теориясы көмегімен.

Кілтті сөздер: графтар теориясы, басқару схемаларын жобалау, автоматтарды зерттеу, логикалық тізбелер, программалардың блок-схемалары.

«Ұлттық бірыңғай тестілеу жүргізу ережесін бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің 2011 жылғы 5 желтоқсандағы № 506 бұйрығы жарияланды [1].

Ұлттық бірыңғай тестілеу Қазақстан Республикасының түлектерінің білімін бағалау жүйесі болып табылады. Оның нәтижелері мемлекеттік аттестацияның қорытынды нәтижесі ретінде жалпы орта білім беру мекемелерімен танылады. Атап өту керек, ұлттық тестілеуге арналған тестілерді құру 12 жылдық мектептің түлектеріне бағытталған. Бұл жаңа тәртіп 2015 жылдың соңында жұмыс істей бастайды.

Осы уақытқа дейін ұлттық бірыңғай тестілеу бес пән бойынша жүргізілетіні белгілі. Оны жүргізудің өз ережелері бар. Ал, 2011–2012 оқу жылында ұлттық бірыңғай тестілеудің математика пәні бойынша тестілеуге бір логикалық есеп қосылады. Математика бойынша логикалық есептерді шешу кезінде әр түрлі тәсілдерді қолдануға болады.

Ұлттық бірыңғай тестілеудегі өзгерістерге байланысты мектеп курсындағы математиканың логикалық есептерін графтар теориясының көмегімен шешімін табуды қарастырайық.

Соңғы кездерде графтар теориясы кең ортадағы проблемаларға тиісті болған көптеген мәселелерді шешудің өте қарапайым, қолайлы және тиімді құралына айналды. Оған интегралдық және басқару схемаларын жобалау, автоматтарды зерттеу, логикалық тізбелер, программалардың блок-схемалары, экономика және статистика, химия және биология, кестелер теориясы, дискреттік тиімділеу және тағы да басқа мәселелерді жатқызуға болады.