УДК 681.52

Разработка системы управления с повышенным потенциалом робастной устойчивости на примере искусственного спутника Земли

Development of control system with high potential of robust stability on example of artificial Earth satellite

Тулеуова А.Ш., Бейсенби М.А., Ким Е.Р.

Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Астана (e-mail: aigailin@mail.ru)

Мақалада жасанды Жер серігі қозғалысының динамикасын, әсіресе бойлық осьтің бойымен қозғалған кезінде объектің параметрлерін белгісіз ауытқу жағдайда қисаю бұрышының орынын тұрақтандыру үшін бір және екі параметрлік құрылымды-тұрақты бейнелеу түрінде басқару жүйелерді құру тәсілі ұсынылған. Жоғарыда көрсетілген басқару жүйелері үшін Matlab пакеті арқылы компьютерлік үлгілеу ұсынылды, олардың нәтижелері жасанды Жер серігі қозғалысының динамикасын тұрақтандырылғанын растайды.

The given work is proposed the approach to construction of control system in the class of one- and two-parameter structural and steady reflections with fold and cusp catastrophes as examples for stabilization of dynamics of artificial Earth satellite movement in particular for stabilization of position of angle of roll at movement along a longitudinal axis in the conditions of uncertain indignation of object parameters. For the given control systems the method of computer simulation is applied by the instrumentality of Matlab package which results confirm the stabilization of dynamics of artificial Earth satellite movement.

1. Введение

Решение современных задач управления с течением времени требует поиска и разработки все новых теоретических и практических методов построения регуляторов и законов управления, связанных с функционированием систем управления в условиях неопределенных внутренних и внешних возмущений на динамический объект. В случае, если возмущения носят характер непредсказуемости и невозможности формализации и классификации и ставится задача найти и расширить допустимые пределы таких возмущений, разрабатываемое управление будет считаться робастным, а мера ширины допустимых пределов — потенциалом робастной устойчивости.

Классически под робастностью понимают способность сохранять работоспособность системы в условиях параметрической или непараметрической неопределенности [1]. В общей постановке исследование системы на робастную устойчивость состоит в указании ограничений на изменение параметров системы управления, при которых сохраняется устойчивость.

Искусственный спутник Земли (ИСЗ) — космический аппарат, вращающийся вокруг Земли по геоцентрической орбите. Первый в мире запуск ИСЗ СССР произвел 4 октября 1957 г. Началась новая, космическая эра человечества. За первым спутником последовали второй, третий; сегодня по орбитам летают уже тысячи искусственных тел.

Использование искусственных спутников Земли для связи и телевидения, оперативного и долгосрочного прогнозирования погоды и гидрометеорологической обстановки, для навигации на морских путях и авиационных трассах, для высокоточной геодезии, изучения природных ресурсов Земли и контроля среды обитания становится все более привычным. В ближайшей и в более отдаленной перспективе разностороннее использование космоса и космической техники в различных областях хозяйства значительно возрастет.

Актуальность исследований, т.е. разработки системы управления искусственного спутника Земли с повышенным потенциалом робастной устойчивости обусловливается современными потребностями в космической и смежных с ней отраслях, а также наличием большого числа нерешенных задач, напрямую связанных с разработкой ИСЗ.

В работе предложен подход к построению закона управления в форме одно- и двухпараметрического структурно-устойчивого отображения [2, 3] для стабилизации динамики движения ИСЗ, в частности, положения угла крена при движении вдоль продольной оси в условиях неопределенного возмущения параметров объекта [4, 5].

2. Элементы теории катастроф

Любая динамическая система представляет собой эволюцию системы во времени. Стационарное состояние, при котором скорость изучаемого процесса равна нулю, тем более состояние равновесия, можно трактовать как предельный случай эволюции системы во времени.

Представим модель динамической системы в виде следующего обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{x} = F(x, \mu),$$

где $x(t)$ — переменная состояния; F — некоторая функция состояния, характеризующая закон эволюции; μ — параметр системы [1].

В связи с тем, что проблема устойчивости связана с анализом реакции системы на малое возмущение ее состояния, на первом этапе она может быть исследована в рамках линейного приближения (первый метод Ляпунова).

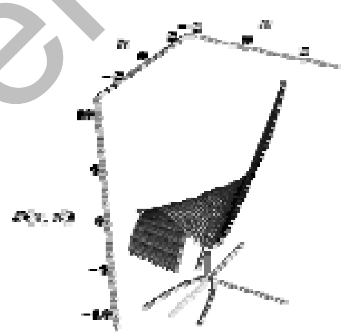
С увеличением размерности исходной системы в общем случае усложняются типы возможных решений. С появлением современных компьютерных технологий нахождение этих решений (Matlab, Mathcad, Vissim и т.д) не представляет каких-либо затруднений, благодаря чему можно проводить исследования, пользуясь аппаратом пространства состояний, не прибегая к аппарату передаточных функций.

Изменение параметра в уравнении может вызвать потерю устойчивости одного состояния (или режима функционирования) системы и переход ее в другое, отличное от первого состояние. Это явление называется бифуркацией (от слова «раздвоение»), а значение параметра, при котором оно происходит, — точкой бифуркации. Насколько существенно изменяется состояние системы ниже и выше точки бифуркации, определяет понятие грубости системы. Суть данного понятия в том, что при малом изменении параметра грубая система, хоть и изменяет в деталях режим функционирования, но не принципиально. С этой точки зрения для грубых систем переход через точку бифуркации означает смену одного структурно-устойчивого режима на другой. При этом в точке бифуркации система не является грубой: малое изменение параметра в ту или иную сторону приводит к резким изменениям состояния.

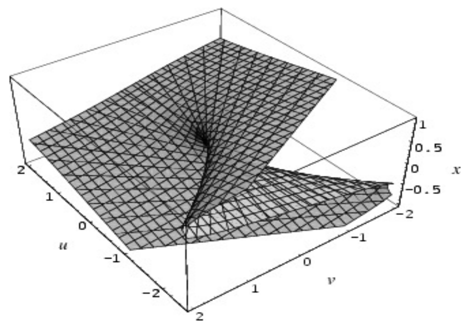
Одним из новых шагов изучения бифуркаций явились результаты исследования теории катастроф, появившейся в 70-х годах, основанной на работах математика Рене Тома.

Как известно, существует семь основных катастроф, так называемых структурно-устойчивых отображений [2]:

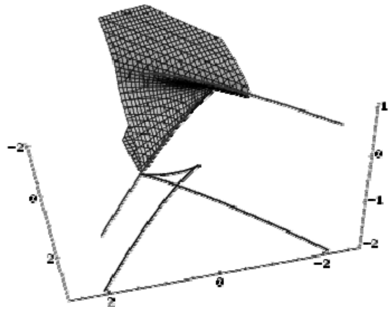
$V = x^3 + ax$ — катастрофа «складка»;
$V = x^4 + ax^2 + bx$ — катастрофа «сборка»;
$V = x^5 + ax^3 + bx^2 + cx$ — катастрофа «ласточкин хвост»;
$V = x^6 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx$ — катастрофа «бабочка»;
$V = x^3 + y^3 + axy + bx + cy$ — катастрофа «гиперболическая омбилика»;
$V = x^3 - 3xy^2 + a(x^2 + y^2) + bx + cy$ — катастрофа «эллиптическая омбилика»;
$V = yx^2 + y^4 + ax^2 + by^2 + cx + dy$ — катастрофа «параболическая омбилика».



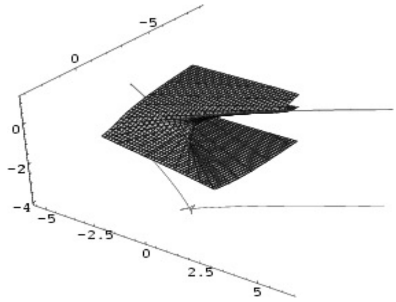
а — «складка»



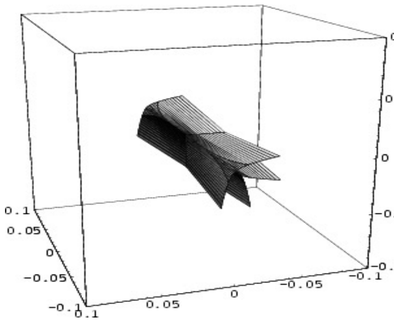
б — «сборка»



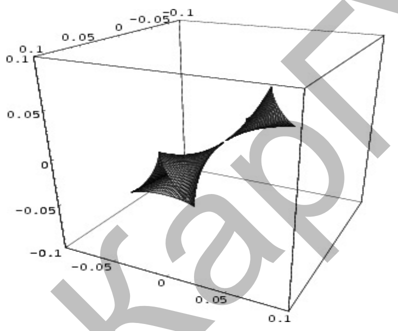
в — «ласточкин хвост»



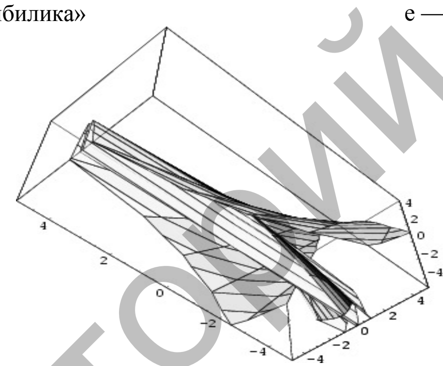
г — «бабочка»



д — «гиперболическая омбилика»



е — «эллиптическая омбилика»



ж — «параболическая омбилика»

Рис. 1. Графические изображения катастроф в координатном пространстве

3. Математическая модель углового движения ИСЗ

Для построения системы управления ИСЗ с повышенным потенциалом робастной устойчивости рассмотрим динамику углового движения ИСЗ в виде математической модели.

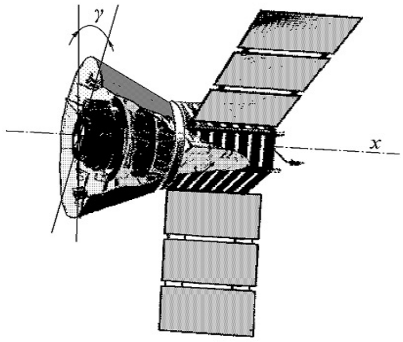


Рис. 2. Упрощенная модель углового движения ИСЗ относительно продольной оси

Обозначим через $\gamma(t)$, $\omega_x(t)$ угол и угловую скорость крена ИСЗ; J_x — момент инерции ИСЗ относительно продольной оси x; $M_x(t)$ — управляющий момент относительно этой оси, развиваемый, например, реактивными двигателями. Запишем уравнение динамики вращательного движения и кинематическое соотношение, связывающее угол и угловую скорость:

$$\begin{cases} \dfrac{d\gamma(t)}{dt} = \omega_x(t), \\ \dfrac{d\omega_x(t)}{dt} = \dfrac{M_x(t)}{j_x}. \end{cases} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 0 \\ J_x^{-1} \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}. \ [4] \qquad (1)$$

4. Построение закона управления в форме однопараметрического структурно-устойчивого отображения на примере катастрофы «складки»

Примем закон управления в виде однопараметрического структурно-устойчивого отображения на примере катастрофы «складки» [6, 7]:

$$u(t) = -x_1^3 + kx_1 \qquad (2)$$

Тогда система управления с выбранным законом управления примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = x_2, \\ \dfrac{dx_2}{dt} = \dfrac{1}{J_x}\left(-x_1^3 + kx_1\right) \end{cases}, \quad y = x_1. \qquad (3)$$

Пусть границы изменения параметра $1/J_x$ в пределах [0.5, 1]. При установке параметра регулятора $k = -0.2$ система частично погашает амплитуду колебаний выходной величины, т.е. угла крена, что благоприятно влияет в целом на стабилизацию динамики полета ИСЗ.

На рисунке 3а-е приведены результаты компьютерного моделирования с помощью пакета Matlab. На рисунке 3а-в показана динамика объекта при начальных условиях x_0= [2, 2], при значениях параметров $1/J_x$ = 0.5 (рис. 3а), $1/J_x$ = 0.75 (рис. 3б), $1/J_x$ = 1 (рис. 3в). На рисунке 3г-е показана динамика системы с законом управления (2) при соответствующих значениях параметра $1/J_x$.

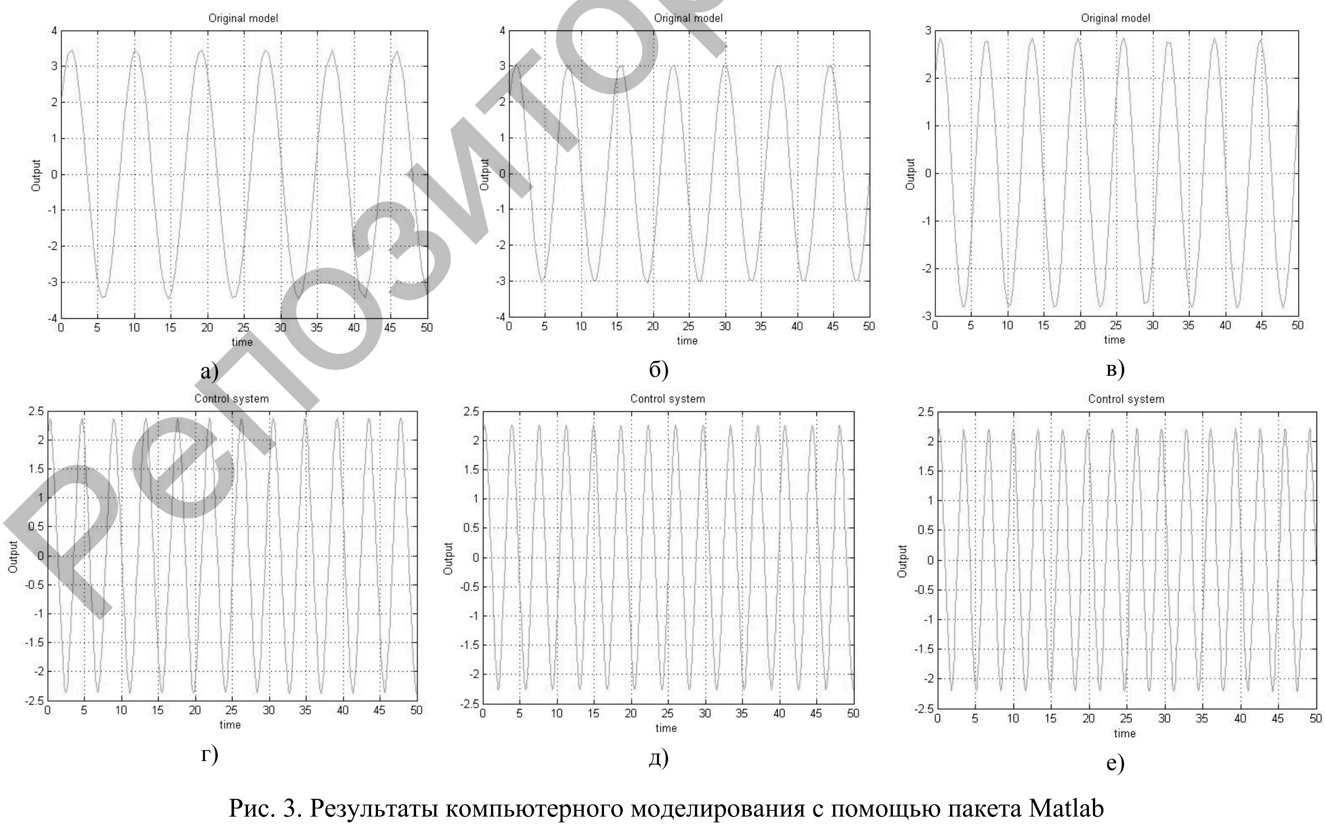


Рис. 3. Результаты компьютерного моделирования с помощью пакета Matlab

В целом общие результаты моделирования объекта и системы управления с изменяющимся параметром $1/J_x$ в пределах [0.5, 1] с шагом 0.05 показаны на рисунке 4: а — динамика объекта) и б — динамика системы управления.

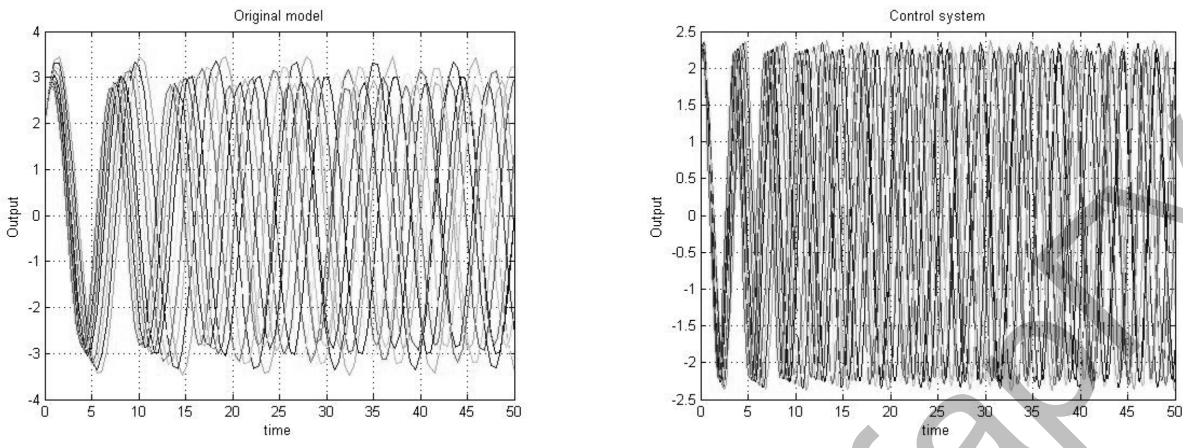


Рис. 4. Общие результаты моделирования объекта (а) и системы управления (б)

5. Построение закона управления в форме двухпараметрического структурно-устойчивого отображения на примере катастрофы «сборки»

Примем закон управления в виде двухпараметрического структурно-устойчивого отображения на примере катастрофы «сборки» [6, 8]:

$$u(t) = -x_1^4 + k_1 x_1^2 + k_2 x_1 . \tag{4}$$

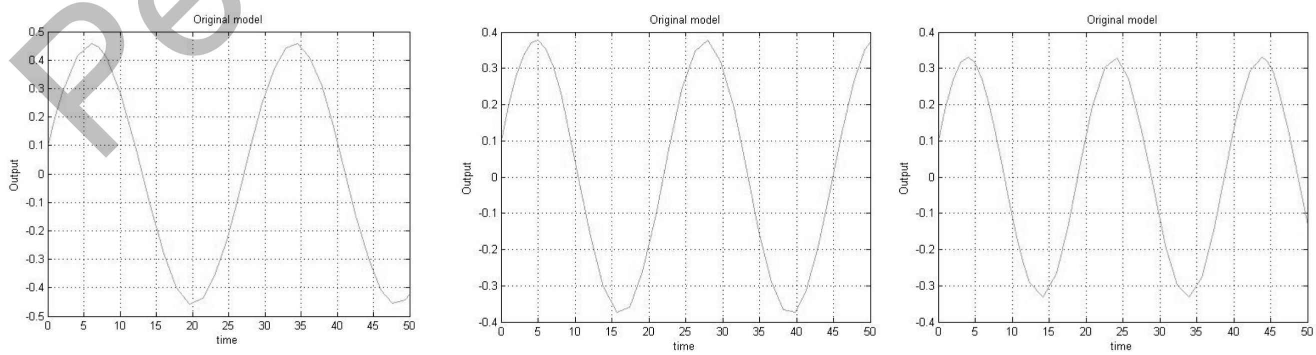
Тогда система управления с выбранным законом управления примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = x_2, \\ \dfrac{dx_2}{dt} = \dfrac{1}{J_x}\left(-x_1^4 + k_1 x_1^2 + k_2 x_1\right), \end{cases} \quad y = x_1 . \tag{5}$$

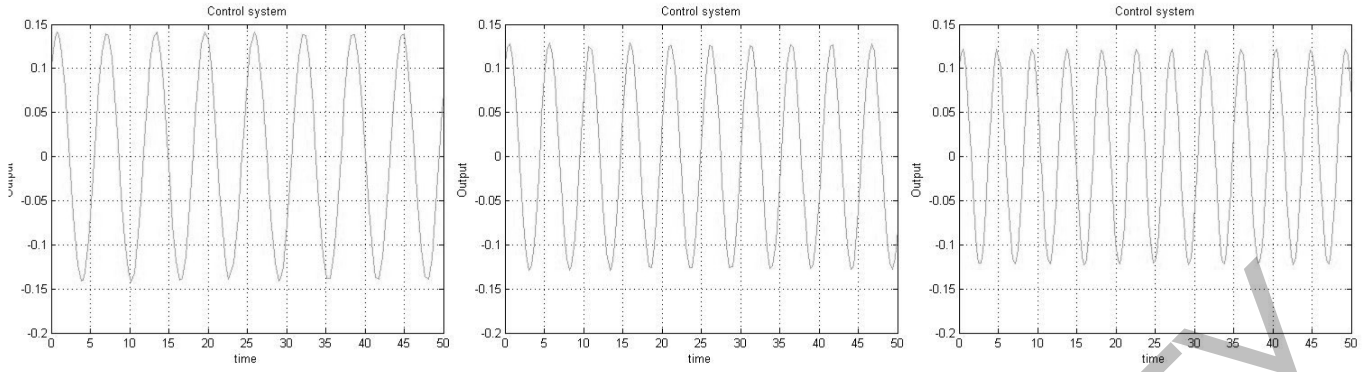
Пусть границы изменения параметра $1/J_x$ в пределах [0.05, 0.1].

При установке параметра регулятора $k_1 = -0.2$, $k_2 = -20$ система существенно погашает амплитуду колебаний выходной величины, т.е. угла крена, что благоприятно влияет в целом на стабилизацию динамики полета ИСЗ.

На рисунке 5а-е приведены результаты компьютерного моделирования с помощью пакета Matlab. На рисунке 5а-в показана динамика объекта при начальных условиях $x_0 = [0.1, \quad 0.1]$, при значениях параметров $1/J_x = 0.05$ (рис. 5а), $1/J_x = 0.75$ (рис. 5б), $1/J_x = 0.1$ (рис. 5в). На рисунке 5г-е показана динамика системы с законом управления (4) при соответствующих значениях параметра $1/J_x$.



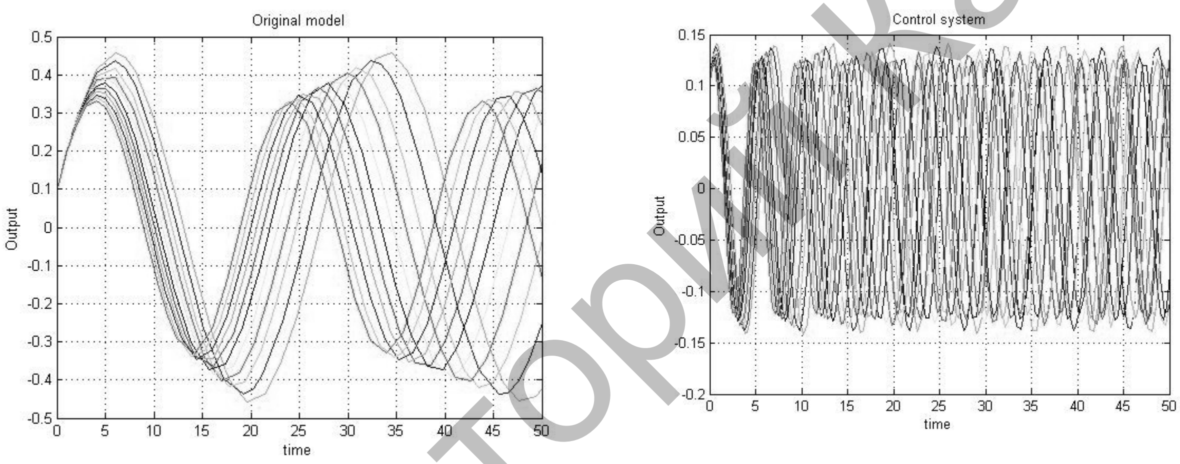
а) б) в)



г) д) е)

Рис. 5. Результаты компьютерного моделирования с помощью пакета MATLAB

В целом общие результаты моделирования объекта и системы управления с изменяющимся параметром $1/J_x$ в пределах [0.05, 0.1] с шагом 0.005 показаны на рисунке 6а (динамика объекта) и рисунке 6б (динамика системы управления).



а б

Рис. 6. Общие результаты моделирования объекта и системы управления

6. Заключение

Таким образом, по представленной модели динамики объекта управления — угла крена ИСЗ в виде пространства состояний построен закон управления динамикой угла крена ИСЗ в виде одно- и двухпараметрического структурно-устойчивого отображения на примере катастрофы «складки» и катастрофы «сборки».

Представлены результаты компьютерного моделирования с помощью пакета Matlab, которые показывают, что при использования однопараметрического структурно-устойчивого отображения система управления, в случае неопределенного возмущения входной величины, частично погашает амплитуду колебаний угла крена, а при использовании двухпараметрического структурно-устойчивого отображения — существенно погашает амплитуду колебаний угла крена.

References

1. Methods of traditional and modern theory of automatic control: Manual of 5 volumes; 2-nd edition, revised and supplemented, volume 5: Methods of modern theory of automatic control / Under the editorship of K.A.Pupkova, N.D.Yegupova. — M.: Publishing office of Moscow State Technical University named after N.E.Bauman, 2004. — 784 p.; illustrated.
2. *Poston T., Stewart I.* Catastrophe: Theory and Its Applications. — M., Mir, 1980. — 607 p.
3. *Gilmore R.* Catastrophe Theory for Scientists and Engineers. — M.: Mir, 1983. — 256 p.

4. *Andriyevsky B.R., Fradkov A.L.* Selected chapters of the theory of automatic control with examples in Matlab language. — M.: Nauka, 2000. — 475 p.
5. *Bodner V.A., Ryazanov O.A., Shaymardanov F.A.* Systems of automatic control over the engines of air crafts. — M.: Mashinostroyenie, 1973. — 248 p.
6. *Beysenby M.A., Yerzhanov B.A.* Control systems with high potential of robust stability. — Astana, 2002. — 164 p.
7. *Ashimov A.A., Beysenby M.A.* Structurally stable reflections in development of control systems with high potential of robust stability // Works of international conference «Informatics and controlquestions». 19–22 September. — Bishkek, 2000. — P. 147–152.
8. *Utepbergenova A.I.* Application of caps catastrophe in analysis and synthesis of practical systems of control. «Kaynar» University Herald № 2. — Almaty, 2002. — P. 124–132.