МАТЕМАТИКА

УДК 531.36

А.Т.Абдрахманов

Институт проблем информатики и управления, Алматы (E-mail: ata61@mail.ru)

Стабилизация движения простейших манипуляторов на конечном отрезке времени

В статье рассмотрены задачи стабилизации движения на конечном отрезке времени двух видов манипуляторов — однозвенного и двухзвенного под воздействием управляющих моментов. Доказано, что для стабилизации движения этих двух видов манипуляторов на конечном отрезке времени стабилизирующие управления должны быть определенного вида, как показано в формулах (4) и (8). Отмечено, что данные системы уравнений ранее не были исследованы на устойчивость движения на конечном отрезке времени, хотя ранговые критерии управляемости были рассмотрены.

Ключевые слова: манипулятор, уравнения движения, управляющий момент, устойчивость, стабилизация, фундаментальная матрица, момент инерции, матрица управляемости.

1 Стабилизация движения на конечном отрезке времени однозвенного манипулятора

Рассмотрим однозвенный манипулятор, состоящий из абсолютно твердого однородного прямолинейного стержня длиной L и массой M. Один конец стержня связан шарниром O с неподвижным основанием, а на другом конце жестко закреплен перемещаемый груз массой m. К оси шарнира O приложен управляющий момент u. Движение манипулятора происходит в вертикальной плоскости в поле силы тяжести. Ось шарнира O перпендикулярна плоскости движения.

Уравнения движения имеют вид [1]:

$$L^2 m_1\ddot{\varphi} + \alpha\dot{\varphi} + gL(m + \frac{M}{2})\sin\varphi = u;$$
$$\varphi(0) = \varphi_0; \quad \dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0; \quad m_1 = m + \frac{M}{3}, \tag{1}$$

где φ — угол между осью стержня и горизонтальной прямой, проходящей через точку O. Через g обозначено ускорение свободного падения, а через $\alpha \ge \alpha_0 > 0$ — коэффициент вязкого трения. Величина α обычно известна неточно: предполагается лишь то, что известно α_0, а конкретное значение α неизвестно.

Задача состоит в выборе такого управляющего момента u, при котором груз известной массы m перемещается из произвольного начального положения $(\varphi_0, \dot{\varphi}_0)$ в положение равновесия $(\varphi = 0, \dot{\varphi} = 0)$. Если коэффициент трения φ известен, то априори можно задавать время достижения T положения равновесия. Запишем уравнения движения (1) в виде:

$$\dot{x} = Ax + D\varphi(\sigma) + BU;$$
$$\sigma = Cx; \qquad x(0) = x_0; \quad t \in [0, T], \tag{2}$$

где $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$; $\quad a = a_1 > 0; \quad D^* = (0, -1); \quad B^* = (0, 1).$

$$\sigma = x_1, \quad C^* = (1, 0); \quad U = bu; \varphi(\sigma) = a_2 \sin x_1 = a_2 \sin\sigma; \quad x^* = (x_1, x_2) = (\varphi_1, \varphi_2);$$

$$a_1 = \alpha L^{-2} m_1^{-1}; \quad a_2 = g L^{-1}(m + \frac{M}{2}) m_1^{-1};\ b = L^{-2} m_1^{-1}.$$

Характеристика нелинейного элемента $\varphi(\sigma)$ удовлетворяет условию:

$$R_1 \le \frac{\varphi(\sigma)}{\sigma} \le R_2;\ \varphi(0) = 0; \quad R_1 < 0; \quad R_2 > 0; \quad R_1 = R_2, \tag{3}$$

или $(R_1\sigma - \varphi)(R_2\sigma - \varphi) \ge 0$.

Справедлива следующая теорема.

Теорема. Управление вида $U(t,x) = u^0(t,x) + \nu(t,x);$ (4)

$$u^0(t,x) = -B^* K(t)x; \quad t \in [0,T); \quad \nu(t,x) = \frac{1}{2} D^* Kx + \frac{R_1^2 x_1^2}{2D^* Kx}; \quad D^* Kx = -K_{12}(t) - K_{22}(t)x_2,$$

где $K(t)$ определяется ниже и обеспечивает стабилизацию движения системы (2) на конечном отрезке времени при любой функции $\varphi(\sigma)$ из (3).

Доказательство теоремы. Действительно, поскольку $CD = 0,$

$$CB = 0;$$

$$U(t,x) = -B^* K(t)x + \nu(t,x);$$

$$\nu(t,x) = \frac{\left[\tilde{\tilde{H}}^* x\right]^2 - R_1 R_2 \sigma^2}{2D^* Kx}, \quad \tilde{\tilde{H}} = KD.$$

Поскольку фундаментальная матрица решения

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a}(1 - e^{-at}) \\ 0 & e^{-at} \end{pmatrix}, \text{ то } K(t) = W^{-1}(t,T) = \begin{pmatrix} K_{11}(t) & K_{12}(t) \\ K_{12}(t) & K_{22}(t) \end{pmatrix},$$

где $K_{11}(t) = \dfrac{\gamma}{\Delta_1};\ \Delta_1 = \dfrac{1}{a^2}\left[(T-t)\gamma - \gamma_1^2\right];\ \gamma = \dfrac{1}{2a}(e^{2\alpha T} - e^{2\alpha t});\ \gamma = \dfrac{1}{a}(e^{\alpha T} - e^{\alpha t});$

$$K_{12}(t) = \frac{\gamma - \gamma_1 e^{\alpha t}}{\Delta_1 a};\ K_{22}(t) = \frac{1}{\Delta_1 a^2}\left[(T-t)e^{2\alpha t} - 2\gamma_1 e^{\alpha t} + \gamma\right].$$

Тогда стабилизирующее управление (4) примет вид:

$$U(t,x) = -\frac{3}{2}(K_{12}(t)x_1 + K_{22}(t)x_2) - \frac{R_1^2 x_1^2}{2(K_{12}(t)x_1 + K_{22}(t)x_2)}, \tag{5}$$

$t \in [0,T),$ так как $u^0(t,x) = B^* K(t)x = -K_{12}(t) - K_{22}(t)x_2.$

Для численного интегрирования системы (2) с учетом управления (5) необходимо задавать $x_1(0)_0, x_2(0)$. Тогда имеем $x_1(T) = x_2(T) = 0.$

2 Стабилизация движения на конечном отрезке времени двухзвенного манипулятора

Рассмотрим плоский двухзвенный манипулятор, состоящий из двух абсолютно твердых тел Q_1 и Q_2 с массами m_1 и m_2, которые скреплены друг с другом с помощью шарнира O_2, и с неподвижным основанием — с помощью шарнира O_1. Оси шарниров параллельны. Манипулятор может двигаться в плоскости, перпендикулярной осям шарниров. Управление манипулятором происходит благодаря моментам u_1 и u_2, приложенным к осям шарниров O_1 и O_2. Предположим, что звено манипулятора Q_2 статически уравновешено, то есть его центр масс расположен на оси O_2.

Тогда уравнения движения манипулятора имеют вид [2]:

$$(I_1 + m_2 L^2)\ddot{\varphi}_1 = u_1 - u_2; \tag{6}$$

$$I_2 \ddot{\varphi}_2 = u_2,$$

где φ_1 — угол между звеном Q_1 и осью O_1X неподвижной системы координат O_1XY; φ_2 — угол между Q_2 и O_1X; L — расстояние между осями шарниров O_1 и O_2; I_1 и I_2 — моменты инерции звеньев Q_1 и Q_2 относительно осей O_1 и O_2 соответственно.

Введя переменные

$$x_1=(I_1+m_2L^2)^{\frac{1}{2}}\varphi_1;\ x_2=(I_1+m_2L^2)^{\frac{1}{2}}\dot{\varphi}_1;\ x_3=I_2^{\frac{1}{2}}\varphi_2;\ x_4=I_2^{\frac{1}{2}}\dot{\varphi}_2,$$

запишем систему (6) в виде:

$$\dot{x}_1=x_2;\quad \dot{x}_3=x_4;\quad \dot{x}_2=u_1-u_2;\quad \dot{x}_4=u_2;$$

или

$$\dot{x}=Ax+Bx;\quad x(0)=x_0, \tag{7}$$

где $A=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix};\qquad B=\begin{pmatrix}0&0\\1&-1\\0&0\\0&1\end{pmatrix};\qquad x=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix}.$

Матрица управляемости U системы (7) имеет размерность 4×8:

$$U=(B,AB,A^2B,A^3B)=\begin{pmatrix}0&0&1&-1&0&0&0&0\\1&-1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\end{pmatrix},$$

$rank\,U=4$, следовательно система (7) управляема.

Фундаментальная матрица однородной системы:

$$\Phi(t)=\begin{pmatrix}1&t&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&t\\0&0&0&1\end{pmatrix};\ \det\Phi(t)=1;\ \Phi^{-1}(t)=\begin{pmatrix}1&-t&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&-t\\0&0&0&1\end{pmatrix};$$

$$Q(t)=\Phi^{-1}(t)B=\begin{pmatrix}-t&t\\1&-1\\0&-t\\0&1\end{pmatrix};\ Q(\tau)Q^*(\tau)=\begin{pmatrix}2\tau^2&-2\tau&-\tau^2&\tau\\-2\tau&2&\tau&-1\\-\tau^2&\tau&\tau^2&-\tau\\\tau&-1&-\tau&1\end{pmatrix};$$

$$R(t,T)=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}(T-t)^2&-(T-t)&-\frac{1}{3}(T-t)^2&\frac{1}{2}\\-(T-t)&2&\dfrac{T-t}{2}&-1\\-\frac{1}{3}(T-t)^2&\dfrac{T-t}{2}&\frac{1}{3}(T-t)^2&-\dfrac{T-t}{2}\\\dfrac{T-t}{2}&-1&-\dfrac{T-t}{2}&1\end{pmatrix}(T-t).$$

Положим $W(t,T)=Q(t)R(t,T)Q^*(t)=\begin{pmatrix}W^1&W^0\\(W^0)^*&W^2\end{pmatrix}(T-t);$

$$W^1=\begin{pmatrix}W_{11}&W_{12}\\W_{12}&W_{22}\end{pmatrix};\quad W^0=\begin{pmatrix}W_{13}&W_{14}\\W_{23}&W_{24}\end{pmatrix};\quad W^0=\begin{pmatrix}W_{33}&W_{34}\\W_{33}&W_{44}\end{pmatrix};$$

$$W_{11}=\frac{2}{3}(T-t)-2t(T-t)+2t^2;\quad W_{12}=2t-(T-t);\quad W_{22}=2;\quad W_{23}=\frac{T-t}{2}-t;$$

$$W_{13}=\frac{T-t}{2}+\frac{t}{2}-t^2-\frac{1}{3}(T-t)^2;\quad W_{14}=\frac{1}{2}-t;\qquad W_{24}=-1;\quad W_{34}=t-\frac{T-t}{2};$$

$$W_{33}=\frac{1}{3}(T-t)^2-t(T-t)+t^2;\qquad W_{44}=1.$$

Тогда, согласно формуле Фробениуса [3] для обратной матрицы $W^{-1}(t,T)$, имеем

$$K(t)=W^{-1}(t,T)=\frac{1}{T-t}\begin{pmatrix} K^1 & K^0 \\ (K^0)^* & K^2 \end{pmatrix},$$

где $K^1=(W^1)^{-1}+(W^1)^{-1}W^0H^{-1}(W^0)^*(W^1)^{-1};\ K^0=-(W^1)^{-1}W^0H^{-1}; K^2=H^{-1};$

$$H=W^2-(W^0)^*(W^1)^{-1}W^0;\ \det H\neq 0;\ \det W^1\neq 0,$$

или

$$K^1=M^{-1};\ K^0=-M^{-1}W^0(W^2)^{-1};\ K^2=(W^2)^{-1}+(W^2)^{-1}(W^0)^*M^{-1}W^0(W^2)^{-1};$$

$$\det W^2\neq 0;\quad M=W^1-W^0(W^2)^{-1}(W^0)^*;\quad \det M\neq 0.$$

Таким образом, стабилизирующее управление на конечном отрезке времени имеет вид:

$$u(t,x)=-B^*K(t)x=\begin{pmatrix} u_1(t,x) \\ u_2(t,x) \end{pmatrix}; \tag{8}$$

$$u_1(t,x)=\big(K_{12}(t)-K_{14}(t)\big)x_1+\big(K_{22}(t)-K_{24}(t)\big)x_2+\big(K_{23}(t)-K_{34}(t)\big)x_3+\big(K_{24}(t)-K_{44}(t)\big)x_4;$$

$$u_2(t,x)=-K_{12}(t)x_1-K_{22}(t)x_2-K_{23}(t)x_3-K_{24}(t)x_4.$$

При этом управлении имеет место $x_i(T)=0,\quad i=1,2,3,4.$

Заметим, что данная система ранее не была исследована на устойчивость движения на конечном отрезке времени, хотя ранговые критерии управляемости были рассмотрены.

Список литературы

1 *Бухгольц Н.Н.* Основной курс теоретической механики. — Ч. 1. — М.: Наука, 1972. — 468 с.

2 *Левитский Н.И.* Теория механизмов и машин. — М.: Наука, 1990. — 592 с.

3 *Джолдасбеков У.А., Бияров Т.Н.* Устойчивость и стабилизация движения механизмов и машин / Препринт. № 3 ИА РК. — Алматы, 1993. — 82 с.

А.Т.Әбдірахманов

Түпкі уақыт мерзіміндегі қарапайым манипуляторлардың қозғалысының тұрақтануы

Мақалада түпкі уақыт мерзімінде екі түрдегі манипуляторлардың, яғни бір түйінді және екі түйінді манипуляторлардың, басқару кезіндегі қозғалыстарын тұрақтандыру мәселесі қарастырылды. Дәлелденгені, бұл екі түрлі манипуляторлардың қозғалысын соңғы уақыт кесіндісінде тұрақтандыру үшін тұрақтандырушы басқару, (4) және (8) формулаларда келтірілгендей, анық түрде болуы керек. Бұл басқару жүйесі алдында соңғы уақыт кесіндісінде қозғалысты тұрақтандыруда зерттелмегені, бірақ алдынғы зерттеулерде басқарудың рангылық өлшемі қарастырылғаны айтылған.

A.T.Abdrakhmanov

Stabilization of movement of the elementary manipulators on a final interval of time

In this article problems of stabilization of movement on a final interval of time of two types of manipulators — one-tier and two-tier under the influence of the operating moments are considered. It is proved that for stabilization of movement of these two types of manipulators on the final interval of time, stabilizing managements have to be a certain look, as shown in formulas (4) and (8). It is shown that these systems of the equations weren't investigated earlier on stability of movement on a final interval of time though rang criteria of controllability were considered.

References

1 Bukhgoltc N.N. *Basic course of theoretical mechanics,* part 1, Moscow: Science, 1972, p. 468.

2 Levitckiy N.I. *Theory of mechanisms and machines*, Moscow: Science, 1990, p. 592.

3 Dzholdasbekov U.A., Biyarov T.N. *Stability and stabilization of movement of mechanisms and cars* / Preprint. № 3 IA RK, Almaty, 1993, p. 82.

УДК 519.7

А.Т.Абдрахманов, Р.Р.Мусабаев, Н.Тасболатулы

Институт проблем информатики и управления, Алматы (E-mail: ata61@mail.ru)

Семантические сети для смыслового анализа текстов

Рассмотрены задачи семантического анализа и обработки текстов, являющиеся наиболее актуальными проблемами компьютерной науки последних десятилетий. В настоящее время существуют различные базы данных для семантического анализа текстов. Одними из наиболее широко применяемых направлений являются WordNet, EuroWordNet, BalkaNet и RussNet. Семантическая обработка текста осуществляется в три этапа: морфологический, синтаксический и семантический анализы. В статье доказана необходимость применения алгоритма семантического анализа для дальнейшего развития методов поиска текстовой информации, а также приведен обзор технологий семантических сетей для смыслового анализа текстовых данных.

Ключевые слова: семантическая сеть, WordNet, смысловой анализ, морфологический, синтаксический и семантический анализы, онтология, синсет, фрейм.

1 Семантическая сеть

Целью данной статьи является обзор технологий семантических сетей для смыслового анализа текстовых данных. На сегодняшний день существуют различные базы данных для смыслового анализа текстов. Одними из самых широко применяемых разработок являются WordNet [1], EuroWordNet [2], BalkaNet [3] и RussNet [4]. Семантическая сеть — информационная модель предметной области, имеющая вид ориентированного графа, вершины которого соответствуют объектам предметной области, а дуги задают отношения между ними. Объектами могут быть понятия, события, свойства, процессы [5].

Значительный вклад в изучение и исследование проблемы смыслового анализа текстов внесли зарубежные и отечественные ученые, в частности, George A.Miller, Christiane Fellbaum, R.Beckwith, D.Gross, K.Miller, С.Э.Фалман, Т.Бернерс-Ли, Г.Морис, А.Н.Баранов, Д.О.Добровольский, М.В.Дибривный, Д.Е.Шуклин, А.А.Шарипбаев, Б.Ш.Разахова, А.К.Жубанов и другие [6–10].

Одним из успешных проектов смыслового анализа текстов является WordNet. Работа над словарем WordNetа английского языка начата в Принстонском университете (США) в начале 80-х годов и продолжается до настоящего момента. Сейчас доступна версия 3.0 этого словаря. Существующая версия WordNet (см. табл.) охватывает общеупотребительную лексику современного английского языка. Широкое распространение этот словарь получил благодаря его свободной доступности для научных и исследовательских целей.

Таблица

Статистика WordNet 3.0

Части речи	Число уникальных строк	Синсеты	Всего пар значений
Существительные	117798	82115	146312
Глаголы	11529	13767	25047
Прилагательные	21479	18156	30002
Наречия	4481	3621	5580
Общее число	155287	117659	206941