УДК 524.834

В.В.Архипов, С.Н.Кытманов

*Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова*
*(E-mail: midav_73@mail.ru)*

# Импульс частиц в пространстве анти-де Ситтера

В статье рассмотрена проблема явного выражения для импульса частиц в пространстве анти-де Ситтера на основе теоремы Нётер. Пространство смоделировано как вложение в объемлющее евклидово пространство большей размерности. Введены псевдодекартовы координаты как максимально соответствующие идее равноправия пространственных измерений и принципу ковариантности в пределе плоского пространства. Полученные результаты могут быть использованы для независимых оценок геометрии Вселенной на основе наблюдения её динамики.

*Ключевые слова:* импульс, координаты, частица, размерность, евклидово пространство.

## *1. Псевдодекартовы координаты на двумерной сфере*

Для начала, в качестве наглядной модели, рассмотрим двумерную сферу, вложенную в трехмерное пространство. Согласуем между собой декартовы координаты объемлющего евклидова пространства ($x, y, z$) и подобную декартовой систему координат ($\tilde{x}, \tilde{y}$) на поверхности сферы. Так как в пространстве с нетривиальной кривизной, вообще говоря, нельзя корректно ввести декартову систему, будем называть её «псевдодекартовой». В качестве координатных осей на поверхности сферы выберем большие окружности, являющиеся геодезическими линиями. Будем считать, что началом координат является точка $\tilde{O}$ пересечения сферы с осью $Oz$. В целом, все соотношения между двумя системами координат можно понять из приведенного ниже рисунка 1. Координаты любой точки на сфере определяются проекциями на оси координат, т.е. большими окружностями, проходящими через выбранную точку и перпендикулярными осям (окружностям) координат. В качестве последних мы выбрали окружности в плоскостях $xOz$ и $yOz$. Углы $\alpha$ и $\beta$ определяют отклонения от этих окружностей. Соответственно, если радиус сферы $R$, то имеем

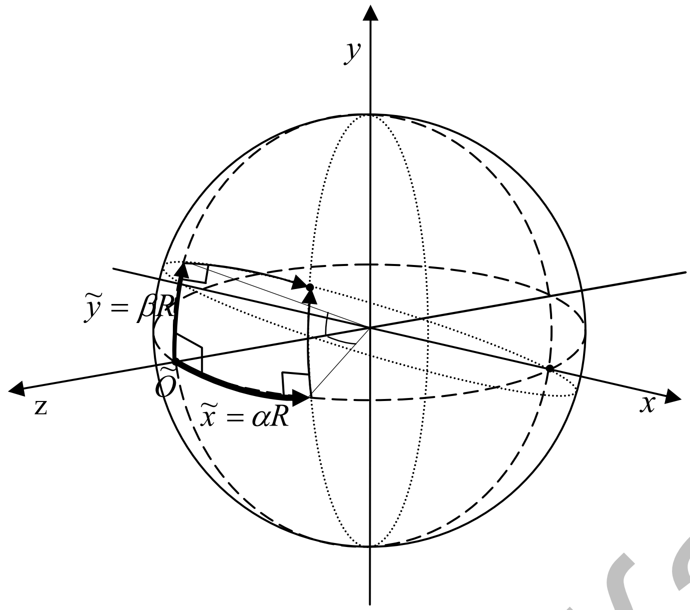
$$\tilde{x} = R\alpha, \ \tilde{y} = R\beta .$$

Координаты выбранной точки в системе отсчета объемлющего пространства, как это видно из рисунка 1, равны

$$x = z \operatorname{tg}\alpha ; \quad y = z \operatorname{tg}\beta . \tag{1}$$

Для удобства, имея в виду простую связь $\tilde{x}$ и $\tilde{y}$ с соответствующими им углами $\alpha$ и $\beta$ (1), будем считать их тождественными. Нетрудно найти связь между указанными координатами на сфере и координатами в трехмерном пространстве:

$$x = \frac{R \operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta}} ; \quad y = \frac{R \operatorname{tg}\beta}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta}} ; \quad z = \frac{R}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta}} . \tag{2}$$




В качестве осей «псевдодекартовой» системы координат на сфере выбираются
большие окружности, расположенные перпендикулярно друг к другу в точке начала отсчета.
Местоположение любой точки на сфере определяется проекциями на эти оси

Рисунок 1. Соотношение между двумя системами координат

### *2. Геометрическая структура на трехмерной сфере*

Выражения (2) легко можно обобщить на случай трехмерной сферы, вложенной в четырехмерное евклидово пространство:

$$x = \frac{R\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma}}; \quad y = \frac{R\operatorname{tg}\beta}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma}};$$
$$z = \frac{R\operatorname{tg}\gamma}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma}}; \quad w = \frac{R}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma}}. \tag{3}$$

Здесь $w$ — это обозначение для четвертой оси координат, точка пересечения которой с трехмерной сферой будет играть роль начала координат. Евклидова метрика в объемлющем пространстве определяет элемент длины:

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + dw^2.$$

Подставляя в него выражения (3), получаем элемент длины на трехмерной сфере:

$$dl^2 = g_{\alpha\alpha}d\alpha^2 + g_{\alpha\beta}d\alpha d\beta + g_{\alpha\gamma}d\alpha d\gamma + g_{\beta\alpha}d\beta d\alpha +$$
$$+ g_{\beta\beta}d\beta^2 + g_{\beta\gamma}d\beta d\gamma + g_{\gamma\alpha}d\gamma d\alpha + g_{\gamma\beta}d\gamma d\beta + g_{\gamma\gamma}d\gamma^2,$$

где компоненты метрики имеют вид

$$g_{\alpha\alpha} = R^2\frac{\left(1+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha\right)^2}{\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)^2}; \quad g^{\alpha\alpha} = \frac{1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma}{1+\operatorname{tg}^2\alpha};$$

$$g_{\beta\beta} = R^2\frac{\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\gamma\right)\left(1+\operatorname{tg}^2\beta\right)^2}{\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)^2}; \quad g^{\beta\beta} = \frac{1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma}{1+\operatorname{tg}^2\beta};$$

$$g_{\gamma\gamma} = R^2\frac{\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta\right)\left(1+\operatorname{tg}^2\gamma\right)^2}{\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)^2}; \quad g^{\gamma\gamma} = \frac{1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma}{1+\operatorname{tg}^2\gamma};$$

$$g_{\alpha\beta}=-R^2\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha\right)\left(1+\operatorname{tg}^2\beta\right)}{\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)^2};\quad g^{\alpha\beta}=\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)}{\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha\right)\left(1+\operatorname{tg}^2\beta\right)};$$

$$g_{\beta\gamma}=-R^2\frac{\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma\left(1+\operatorname{tg}^2\beta\right)\left(1+\operatorname{tg}^2\gamma\right)}{\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)^2};\quad g^{\beta\gamma}=\frac{\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)}{\left(1+\operatorname{tg}^2\beta\right)\left(1+\operatorname{tg}^2\gamma\right)};$$

$$g_{\alpha\gamma}=-R^2\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha\right)\left(1+\operatorname{tg}^2\gamma\right)}{\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)^2};\quad g^{\beta\gamma}=\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)}{\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha\right)\left(1+\operatorname{tg}^2\gamma\right)}.$$

### *3. Общее выражение для импульса*

Рассмотрим выражение для проекции импульса на ось $x$. Проекции импульса на оси $y$ и $z$ будут искаться аналогичным образом. Поворот в плоскости будет осуществляться в декартовой системе координат. Координатные оси в плоскости поворота пусть будут $x$ и $w$; угол, на который будет поворачиваться плоскость, обозначим как $\varepsilon$.

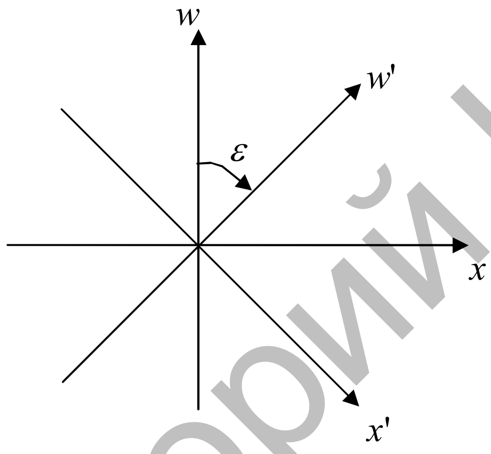



Рисунок 2. Преобразование поворота в плоскости $w0x$

Используем общее выражение для преобразования поворота (в плоскости $x$, $w$ на угол $\varepsilon$) [1]:

$$x'=x\cos\varepsilon-w\sin\varepsilon;\qquad w'=x\sin\varepsilon+w\cos\varepsilon.$$

Для инфинитезимального преобразования, т.е. при $\varepsilon\to0$, получаем

$$x'=x-w\varepsilon;\qquad w'=x\varepsilon+w.$$

Введем обозначения $\delta x=x-x'$ и $\delta w=w-w'$. Таким образом, получим выражения для инфинитезимальных преобразований поворота в указанной плоскости:

$$\delta x=w\varepsilon;\ \delta w=-x\varepsilon;\ \delta y=0;\ \delta z=0.$$

Последние две формулы обусловлены тем, что при указанном повороте координаты $y$ и $z$ не затрагиваются. Перейдем к псевдодекартовым координатам на поверхности сферы:

$$\tilde{x}=\alpha R;\ \tilde{y}=\beta R;\ \tilde{z}=\gamma R,$$

где $R$ — радиус трехмерной сферы, моделирующей пространство Вселенной анти-де-Ситтера, т.е. обладающей постоянной положительной кривизной; α, β, γ — угловые координаты, введенные в начале в пункте 1.

Из выражений (3) найдем вариации для $\delta x$, $\delta y$, $\delta z$, $\delta w$:

$$\delta x=\frac{\varepsilon R}{\sqrt{\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)}};\quad \delta y=0;\quad \delta z=0;\quad \delta w=\frac{-\varepsilon R\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)}}.$$

Разрешая эти уравнения относительно $\delta\alpha$, $\delta\beta$, $\delta\gamma$, получим:

$$\delta\alpha=\varepsilon;\quad \delta\beta=\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}^2\beta};\quad \delta\gamma=\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma}{1+\operatorname{tg}^2\gamma}.$$

Для вариации функции Лагранжа замкнутой системы, т.е. не зависящей явно от времени, мы имеем:

$$\delta L = \frac{\partial L}{\partial \tilde{x}}\delta\tilde{x} + \frac{\partial L}{\partial \tilde{y}}\delta\tilde{y} + \frac{\partial L}{\partial \tilde{z}}\delta\tilde{z} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{x}}}\delta\dot{\tilde{x}} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{y}}}\delta\dot{\tilde{y}} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{z}}}\delta\dot{\tilde{z}}.$$

Используем уравнения Эйлера-Лагранжа для преобразования этого выражения. Учитывая, что вариация приравнивается к нулю, если указанное преобразование отражает симметрию системы, т.е. что функция Лагранжа не изменяется при этих преобразованиях, и приведенные выражения, получим следующее соотношение:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{x}}}\right)\delta\tilde{x} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{x}}}\delta\dot{\tilde{x}} + \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{y}}}\delta\tilde{y} + \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{z}}}\delta\tilde{z} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{y}}}\delta\dot{\tilde{y}} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{z}}}\delta\dot{\tilde{z}} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{x}}}\delta\tilde{x} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{y}}}\delta\tilde{y} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{z}}}\delta\tilde{z}\right) = 0. \quad (4)$$

Подставляя найденные выше выражения для вариаций координат, получим:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{x}}}R\varepsilon + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{y}}}R\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}^2\beta}\varepsilon + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{z}}}R\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma}{1+\operatorname{tg}^2\gamma}\varepsilon\right) = 0 .$$

Поскольку $R=$const и $\varepsilon$ — любое, мы можем их отбросить. Так как производная по времени равна нулю, получим выражение

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{x}}} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{y}}}\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}^2\beta} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{z}}}\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma}{1+\operatorname{tg}^2\gamma} = \text{const} = \tilde{P}_x, \quad (5)$$

которое мы обозначили как проекцию импульса на ось *Ox*. Действительно, появление этого интеграла движения обусловлено поворотами в плоскости *xOw*, которые при устремлении к бесконечности радиуса пространства должны переходить в обычные преобразования сдвига вдоль оси *Ox*.

Нетрудно проверить, что выражения для проекций импульса на оси *Oy* и *Oz* будут иметь аналогичный вид:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{y}}} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{x}}}\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{z}}}\frac{\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma}{1+\operatorname{tg}^2\gamma} = \tilde{P}_y; \qquad \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{z}}} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{y}}}\frac{\operatorname{tg}\gamma\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}^2\beta} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{x}}}\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} = \tilde{P}_z .$$

### *4. Импульс свободной частицы*

Функция Лагранжа для свободной частицы имеет вид [2]

$$L = -mc^2\sqrt{1-\frac{g_{\mu\nu}\vartheta^{\mu}\vartheta^{\nu}}{c^2}} ,$$

где $\mu, \nu$ принимают значения 1, 2, 3.

После подстановки явных выражений для компонент метрики и некоторых преобразований получим выражение для производной:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{x}}} = \frac{m\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha\right)}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)^2}}\Big\{\vartheta_x\left(1+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha\right) -$$

$$-\vartheta_y\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta\left(1+\operatorname{tg}^2\beta\right) - \vartheta_z\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma\left(1+\operatorname{tg}^2\gamma\right)\Big\}.$$

Аналогичные вычисления для $\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{y}}}$ и $\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{z}}}$ дают:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{y}}} = \frac{m\left(1+\operatorname{tg}^2\beta\right)}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\gamma\right)^2}}\Big\{-\vartheta_x\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha\right) +$$

$$+\vartheta_y\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\gamma\right)\left(1+\operatorname{tg}^2\beta\right) - \vartheta_z\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma\left(1+\operatorname{tg}^2\gamma\right)\Big\};$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{z}}}=\frac{m\left(1+\mathrm{tg}^2\,\gamma\right)}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}\left(1+\mathrm{tg}^2\,\alpha+\mathrm{tg}^2\,\beta+\mathrm{tg}^2\,\gamma\right)^2}}\left\{-\vartheta_x\,\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{tg}\,\gamma\left(1+\mathrm{tg}^2\,\alpha\right)-\right.$$

$$\left.-\vartheta_y\,\mathrm{tg}\,\beta\,\mathrm{tg}\,\gamma\left(1+\mathrm{tg}^2\,\beta\right)+\vartheta_z\left(1+\mathrm{tg}^2\,\alpha+\mathrm{tg}^2\,\beta\right)\left(1+\mathrm{tg}^2\,\gamma\right)\right\}.$$

Найдем импульс частицы, подставляя эти данные в выражение (5). После преобразований получим окончательное выражение для проекции импульса:

$$\tilde{P}_x=\frac{m\vartheta_x\left(1+\mathrm{tg}^2\,\alpha\right)}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}\left(1+\mathrm{tg}^2\,\alpha+\mathrm{tg}^2\,\beta+\mathrm{tg}^2\,\gamma\right)}}.$$

Аналогичным образом для компонент $\tilde{P}_y$ и $\tilde{P}_z$ будем иметь:

$$\tilde{P}_y=\frac{m\vartheta_y\left(1+\mathrm{tg}^2\,\beta\right)}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}\left(1+\mathrm{tg}^2\,\alpha+\mathrm{tg}^2\,\beta+\mathrm{tg}^2\,\gamma\right)}};\qquad \tilde{P}_z=\frac{m\vartheta_z\left(1+\mathrm{tg}^2\,\gamma\right)}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}\left(1+\mathrm{tg}^2\,\alpha+\mathrm{tg}^2\,\beta+\mathrm{tg}^2\,\gamma\right)}}.$$

Эти выражения можно непосредственно использовать для сравнения с классической физикой на обычном плоском (евклидовом) пространстве.

*5. Классический предел*

Рассмотрим классический передел полученных выше выражений для проекций импульса. В приближении, когда $R\to\infty$, очевидно, что будем иметь $\alpha\to 0$, $\beta\to 0$, $\gamma\to 0$. Таким образом, в первом приближении можно сделать замены:

$$\mathrm{tg}\,\alpha=\alpha;\ \ \mathrm{tg}\,\beta=\beta;\ \ \mathrm{tg}\,\gamma=\gamma.$$

Для общего выражения проекции импульса на ось $Ox$ будем иметь

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{x}}}+\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{y}}}\frac{\frac{\tilde{x}}{R}\frac{\tilde{y}}{R}}{1+\frac{\tilde{y}}{R}}+\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{z}}}\frac{\frac{\tilde{x}}{R}\frac{\tilde{z}}{R}}{1+\frac{\tilde{z}}{R}}=\tilde{P}_x.$$

Соответственно, для проекций импульса свободной частицы получим приближенные выражения

$$\tilde{P}_x=\frac{m\vartheta_x\left(1+\frac{\tilde{x}}{R}\right)}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}\left(1+\frac{\tilde{x}}{R}+\frac{\tilde{y}}{R}+\frac{\tilde{z}}{R}\right)}};\ \tilde{P}_y=\frac{m\vartheta_y\left(1+\frac{\tilde{y}}{R}\right)}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}\left(1+\frac{\tilde{x}}{R}+\frac{\tilde{y}}{R}+\frac{\tilde{z}}{R}\right)}};\quad \tilde{P}_z=\frac{m\vartheta_z\left(1+\frac{\tilde{z}}{R}\right)}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}\left(1+\frac{\tilde{x}}{R}+\frac{\tilde{y}}{R}+\frac{\tilde{z}}{R}\right)}}.$$

Очевидно, что в пределе, когда $R\to\infty$ и кривизна пространства стремится к нулю, мы придем к стандартным выражениям для обобщенного импульса:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{x}}}=\tilde{P}_x;\quad \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{y}}}=\tilde{P}_y;\quad \frac{\partial L}{\partial \dot{\tilde{z}}}=\tilde{P}_z$$

и обычным релятивистским выражениям для проекций импульса:

$$\tilde{P}_x=\frac{m\vartheta_x}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}};\quad \tilde{P}_y=\frac{m\vartheta_y}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}};\quad \tilde{P}_z=\frac{m\vartheta_z}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}.$$

Таким образом, полученные нами выражения для импульса на замкнутом, полностью симметричном пространстве полностью согласуются со стандартными формулами для евклидова пространства. Это обстоятельство является косвенным подтверждением правильности всех сделанных математических выкладок.

Список литературы

1 *Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т.* Современная геометрия. Методы и приложения. — М.: Наука, 1986. — 831 с.

2 *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. — М.: Наука, 1988. — 512 с.


В.В.Архипов, С.Н.Қытманов

## Анти-де Ситтер кеңістігіндегі бөлшектердің импульсі

Мақалада Нётер теоремасы негізінде анти-де Ситтер кеңістігіндегі бөлшектердің импульсіне арналған айқын өрнегі ізделді. Бұл жағдайда қарастырылатын кеңістік өлшемі үлкен евклид кеңістігіне енгізілген кеңістік ретінде үлгіленді. Жазық кеңістік шегінде ковarианттық принцип және кеңістік өлшемінің тең құқықтық идеясына барынша сәйкес келетін жалған декарттық координаталары енгізілді. Алынған нәтижелер Бүкіләлемдік геометрияның динамикасын бақылау негізінде бағалау үшін мүмкіндік тудырады.

V.V.Arkhipov, S.N.Kytmanov

## Particle Momentum in anti-de Sitter Space

The explicit expression for a particle momentum in anti-de Sitter space is founded on the base of Neather theorem. The space is modeled as an embedding in Euclidean space with bigger number of dimensions. The pseudo-Cartesian coordinates are introduced as the most appropriate ones to the idea of equal rights of space dimensions and to the covariance principle in the classical limit of a plane space. The results can be used for independent appreciation of Universe's geometry on the base of its dynamics observation.


References

1 Dubrovin B.A., Novikov C.P., Fomenko A.T. *The Modern Geometry. Methods and Applications*, Moscow: Nauka, 1986, 831 p.

2 Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Field Theory*, Moscow: Nauka, 1988, 512 p.