Числа $\lambda_n^0 = in\pi$, $n = 1,2,3,...$ являются собственными значениями, при этом $\forall C > 0$, $y_{n_0}^0 = C \cdot e^{in\pi t}$ - собственными функциями «невозмущённого» оператора L_0, которая образует полную ортонормированную систему и базис Рисса в $L_2(-1,1)$.

Лемма 2. Система собственных функций $y_n^{(1)} = v_n^{(1)} \approx C \cdot e^{in\pi t} \cdot e^{\varepsilon t}$ спектральных задач (1)-(2) и (3)-(4) при $n \to \infty, \forall C > 0$ одновременно обладают свойством базисности Рисса в $L_2(-1,1)$, но не является ортонормированным.

Теорема 2. Пусть в краевом условии (4) отсутствует спектральный параметр $\overline{\lambda}$ и подынтегральная функция $\Phi(t)$-непрерывная**,** $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$. Тогда все собственные значений оператора L_1^* будет сосредоточены в некоторой вертикальной полосе $\left|\operatorname{Re}\overline{\lambda}\right| = |x| < k \cdot r \cdot \omega\left(\frac{1}{r}\right)$, при некотором k, $r = \left|\overline{\lambda}\right|$, которое расширяется в зависимости от свойств $\omega(\delta)$ - модуля непрерывности $\Phi(t)$, образует счётное множество и справедлива асимптотическая формула $\lambda_n = i\pi n + O\left(n\omega\frac{1}{n}\right)$, при $n \to \infty$.

Работа выполнена при финансовой поддержке КН МНиВО РК (грант № AP09260752).

Список использованной литературы

1. Кангужин Б.Е., Садыбеков М.А. Дифференциальные операторы на отрезке. Распределение собственных значений. Шымкент: «Ғылым», 1996. – 270 с.
2. Иманбаев Н.С., Садыбеков М.А. Базисные свойства корневых функций нагруженных дифференциальных операторов второго порядка// Доклады НАН РК. 2010, №2. С. 11-13.
3. Imanbaev N.S., On nonlocal perturbation of the problem on eigenvalues of differentiation operator on a segment//Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki, 31, issue 2 (2021), 186-193. https://doi.org/10.35634/vm210202

ВОЛЬТЕРРА ЕРЕКШЕ ИНТЕГРАЛДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ СИПАТТАУШЫ ТЕҢДЕУІ ЖАЙЫНДА

Искаков С.А., Омаров М.Т., Танин А.О.
Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан
E-mail: tan_alibek@mail.ru

$G = \{x,t|0 < x < \gamma(t), t > 0\}$ облысында келесі шекаралық есепті қарастырамыз:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x,t), \quad \{0 < x < \gamma(t), \qquad t > 0\} \tag{1}$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = u_0(t), \quad \frac{d\tilde{u}(t)}{dt} + \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=\gamma(t)} = u_1(t), \tag{2}$$

мұнда $\tilde{u}(t) = u(\gamma(t),t)$, $\gamma(0) = 0$, ал $\gamma(t) = [t(1+\alpha_0(t))]^{\omega}$, $\omega > \frac{1}{2}$

$\gamma(t): (0,\infty) \to (0,\infty)$ функциясы келесі шарттарды қанағаттандырады:

1. $t \to 0$ және $t \to \infty$ $\gamma(t)$ функциясының асимптотикасының бейнесі t^{ω}, мұнда $\omega > \frac{1}{2}$

2. қандайда бір t_1^* уақыт мезетінен бастап t_2^* уақыт мезетіне дейін $\gamma(t)$ функциясы еркін, қатаң бірсарынды және өзара бірмәнді, яғни кері түрлендіруі $\gamma^{-1}(t)$ бар.

Шешімінің және берілген функцияларының класын келесі түрде енгіземіз:

$$(x + [\gamma(t)]^{\frac{3}{2\omega}-1})^{-1}u(x,t) \in L_{\infty}(G), \text{ яғни } u(x,t) \in L_{\infty}(G; (x + [\gamma(t)]^{3/2\omega-1})^{-1}),$$

$$f(x,t) \in W_{\infty}^{1,0}\left(G; [\gamma(t)]^{3/2\omega-1}\exp\left\{[\gamma(t)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}}/(4a^2)\right\}\right);$$

$$u_0(t) \in L_\infty\left(R_+; [\gamma(t)]^{-(3/2\omega-1)}\right); \quad u_1(t) \in L_\infty\left(R_+; [\gamma(t)]^{3/2\omega-1}\right).$$

(1)-(2) шекаралық есепті шешу барысында есеп келесі интегралдық теңдеуге келтіріледі:

$$\varphi(t) + \int_0^t K_\gamma(t,\tau)\varphi(\tau)d\tau = F(t). \tag{3}$$

(3) интегралдық теңдеуінің шешімін, келесі функциялар классында іздейміз:

$$\varphi(t) \in L_\infty\left(0,\infty;\ [\gamma(t)]^{\frac{3}{2\omega}-1}\right).$$

Ал, $K_\gamma(t,\tau)$ ядросы келесі қасиеттерге ие:

1) $K_\gamma(t,\tau)$ үзіліссіз $0 < \tau \le t \le \infty$;

2) $\lim\limits_{t\to t_0} \int_0^t K_\gamma(t,\tau)d\tau = 0, \quad t_0 \ge \varepsilon > 0$;

3) $\lim\limits_{t\to 0+} \int_0^t K_\gamma(t,\tau)d\tau = 1$.

(3) интегралдық теңдеуінің ерекшелігі $K_\gamma(t,\tau)$ ядросының 3 қасиетінде. Бұдан $K_\gamma(t,\tau)$ ядросымен анықталған интегралдық оператордың нормасы бірге тең екендігі шығады. Ал бұл жайт, берілген теңдеудің шешімі бар және жалғыз болатын классикалық екінші текті Вольтерра теңдеуінен түбегейлі өзгеше екенін көрсетеді.

(3) интегралдық теңдеуді шешу үшін, сәйкес сипаттамалық интегралдық теңдеуін құрастырайық.

$$\varphi(t) + \int_0^t \left[\frac{\gamma(t)}{\gamma(\tau)}\right]^{\frac{3}{2\omega}-1} K_h(t,\tau)\varphi(\tau)d\tau = g(t), \tag{4}$$

мұнда

$$K_h(t,\tau) = \sum_{i=1}^{4} K_h^{(i)}(t,\tau),$$

(4) интегралдық теңдеуінің ядросы $K_\gamma(t,\tau)$ ядросының 3 қасиетіне ұқсас қасиетке ие.

(4) сипаттамалық теңдеудінің шешімі келесі түрде табылады:

$$\varphi(t) = g(t) + \int_0^t \left(\frac{t}{\tau}\right)^{\frac{3}{2\omega}-1} R_h(t,\tau)g(t)d\tau + C\varphi_{\text{hom}}\left((2\omega-1)(2\omega-1)[\gamma(\tau)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}}\right),$$

Мұнда, $R_h(t,\tau)$ резольвентасы үшін келесі бағалау дұрыс:

$$R_h(t,\tau) \le C_1(\omega) \cdot \frac{[\gamma(t)]^{\frac{5\omega-3}{\omega}}\left\{[\gamma(\tau)]^{\frac{1}{\omega}}\right\}'}{\left([\gamma(t)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}} - [\gamma(\tau)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}}\right)^{\frac{3}{2}}} \times e^{-\frac{(2\omega-1)[\gamma(t)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}}\cdot[\gamma(\tau)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}}}{a^2\left([\gamma(t)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}}-[\gamma(\tau)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}}\right)}} \tag{5}$$

Теорема 1.2.2 *(4) интегралдық теңдеуінің кез келген* $g(t) \in L_\infty\left(R;\ [\gamma(t)]^{\frac{3-2\omega}{2\omega}}\right)$ *оң жағы үшін шешімі бар* $\varphi(t) \in L_\infty\left(R;\ [\gamma(t)]^{\frac{3-2\omega}{2\omega}}\right)$:

$$\varphi(t) = g(t) + \int_0^t \left(\frac{\gamma(t)}{\gamma(\tau)}\right)^{\frac{3}{2\omega}-1} R_h(t,\tau)g(t)d\tau + C\cdot\varphi_{\text{hom}}\left((2\omega-1)t^{2\omega-1}\right),$$

мұнда $\varphi_{hom}(t)$ *біртекті теңдеудің шешімі, ал* $R_h(t,\tau)$ *резольвента үшін (5) бағалауы орынды.*

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Солонников В.А., Фазано А. Об одномерной параболической задаче, возникающей при изучении некоторых задач со свободными границами// Записки научных семинаров ПОМИ. 2000. Т.269. С.322–338.
2. Jenaliev M.T., Ramazanov M.I, Iskakov S.A. On a homogeneous parabolic problem in an infinite angular domain // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. 2019. - Volume 7.-Issue 1.- P.32-52.
3. Jenaliyev M.T., Ramazanov M.I., Kosmakova M.T., Tanin A.O. To the solution of one pseudo-Volterra integral equation// Bulletin of the Kara-ganda University. Mathematics Series. – Karaganda, 2019.-No. 1(93).-P. 19-30

О РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

[1,2] Искакова Н., [1,3] Темешева С., [2] Байбакты Б.

[1]Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

[2]Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы

[3]Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы

E-mail: narkesh@mail.ru, temeshevasvetlana@gmai.com, b.baurzhan99@bk.ru

На отрезке$[-\tau, T]$ рассматривается задача для линейной системы дифференциальных уравнений с запаздыванием[1]

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)x(t-\tau) + f(t),\ x \in R^n,\ t \in (0,T),\ \tau > 0, \tag{1}$$

$$x(t) = diag[x(0)] \cdot \varphi(t), \quad t \in [-\tau, 0], \tag{2}$$

с существенно нелинейными двухточечными краевыми условиями

$$g\big(x(0), x(T)\big) = 0. \tag{3}$$

Здесь$(n \times n)$-матрицы$A(t),\ B(t)$, и вектор-функция$f(t)$ непрерывны на$[0,T]$, $\varphi: [-\tau, 0] \to R^n$ - непрерывно дифференцируемая вектор-функция такая, что$\varphi_i(0) = 1,\ i = \overline{1,n}$, τ - постоянное запаздывание,$\|A(t)\| \le \alpha$, $\|B(t)\| \le \beta$, где$\alpha, \beta - const$.

Решением краевой задачи (1)-(3) является непрерывная на $[-\tau, T]$, непрерывно дифференцируемая на$(0,T)$ вектор-функция$x^*(t)$, удовлетворяющая уравнению (1) и условиям (2), (3).

Задача с запаздыванием (5)-(7) исследуется методом параметризации. Предложена одна модификация метода параметризации, где на каждом шаге решается система нелинейных уравнений, а также решаются задачи Коши для дифференциальных уравнений без запаздывания. Установлены достаточные условия существования изолированного решения задачи (1)-(3).

Настоящая работа поддержана Министерством образования и науки Республики Казахстан (грант AP 08855726)

Список использованной литературы

1. Iskakova N.B., Temesheva S.M., Abildayeva A.D.On the conditions of solvability of a nonlinear boundary value problem for a system of differential equations with a delay argument // Kazakh Mathematical Journal. – 2020. – Vol. 20, №4. –P.59-74.

О ЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

[1,2] Искакова Н.Б, [2] Рысбек А.С., [2] Серік А.М.

[1]Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

[2]Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы

E-mail: narkesh@mail.ru, aiganym.rysbek@mail.ru, alisher_m_16@mail.ru

На отрезке$[-\tau, T]$ рассматривается линейная краевая задача для дифференциального уравнениявторого порядка с запаздыванием