

13. J.-L. Lions, E. Magenes, Non-Homogeneous Boundary Value Problems and Applications. V. 1, Springer Verlag, Berlin (1972).
14. M.T. Jenaliyev, A.S. Kassymbekova, M.G. Yergaliyev, A.A. Assetov, An initial boundary value problem for the Boussinesq equation in a Trapezoid // Bulletin of the Karaganda University, №2(106) 2022.

ОБ ОДНОЙ КОЭФФИЦИЕНТНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ И СВЯЗАННОЙ С НЕЙ НАЧАЛЬНО-ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ БЮРГЕРСА

Дженалиев М.Т., Ергалиев М.Г.

Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

E-mail: muvasarkhan@gmail.com, ergaliev@math.kz

В области $Q_{xt} = \{x, t | 0 < x < t, t_0 < t < T < \infty, t_0 > 0\}$, где $\Omega_t = \{0 < x < t, t_0 > 0\}$ сечение области Q_{xt} для фиксированного значения временной переменной $t \in (t_0, T)$, исследуется коэффициентная обратная задача для уравнения Бюргерса: найти пару функций $\{u(x, t), \lambda(t)\}$ из условий

$$\partial_t u + u \partial_x u - \nu \partial_x^2 u = \lambda(t) f(x), \quad (x, t) \in Q_{xt}, \quad (1)$$

$$\partial_x^j u(0, t) = \partial_x^j u(t, t), \quad j = 0, 1, \quad t \in (t_0, T), \quad (2)$$

$$u(x, t_0) = 0, \quad x \in (0, t_0), \quad (3)$$

$$\int_0^t u(x, t) dx = E(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (4)$$

где заданная постоянная ν и функции $f(x), E(t)$ удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} \nu = \text{const} > 0, \quad f(x) \in L^2(0, t), \quad \bar{f}(t) \equiv \int_0^t f(x) dx \neq 0, \quad \forall t \in [t_0, T], \\ E(t) \in W^{1, \infty}(t_0, T). \end{cases} \quad (5)$$

Отметим, что из (5) следует: $\bar{f}(t) \in L^\infty(t_0, T)$.

Теорема. Пусть выполнены условия (5). Тогда обратная задача (1)–(4) имеет единственное решение

$$u \in H_{per}^{2,1}(Q_{xt}) \equiv \left\{ L^2(t_0, T; H_{per}^2(0, t)) \cap H^1(t_0, T; L^2(0, t)) \right\}, \quad \lambda(t) \in L^\infty(t_0, T).$$

Список использованной литературы

1. Apraiz J., Doubova A., Fernandez-Cara E., Yamamoto M. Some inverse problems for the Burgers equation and related systems. Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 2022;107:106113.
2. Montoya C. Inverse source problems for the Korteweg-de Vries-Burgers equation with mixed boundary conditions. J. Inverse Ill-Posed Probl. 2019;27:1-18.
3. Baglan I., Kanca F. Two-dimensional inverse quasilinear parabolic problem with periodic boundary condition. Appl. Anal. 2019;98:1549-1565.
4. Kamynin V.L. The inverse problem of determining the lower-order coefficient in parabolic equations with integral observation. Math. Notes. 2013;94:205-213.
5. Jenaliyev M., Ramazanov M., Yergaliyev M. On the coefficient inverse problem of heat conduction in a degenerating domain. Appl. Anal. 2020;99:1026-1041.