

где $(n \times n)$ - матрицы $A(x, y), B(x, y), C(x, y), f(x, y)$ непрерывная на D n -вектор- функция, $\psi(y)$ непрерывно-дифференцируемая на $[0, Y]$ n -вектор-функция, $\|z(x, y)\| = \max_{l=1..n} |z_l(x, y)|$,

$$\|A(x, y)\| = \max_{l=1..n} \sum_{j=1}^n |a_{lj}(x, y)|.$$

Через $C(D, R^n)$ обозначим пространство непрерывных на D функции $z: D \rightarrow R^n$ ($\psi: [0, Y] \rightarrow R^n$) с нормой $\|z\|_0 = \max_{(x,y) \in D} |z(x, y)|$. Функция $z(x, y) \in C(D, R^n)$, имеющая частные производные

$$\frac{\partial z(x, y)}{\partial x} \in C(D, R^n), \quad \frac{\partial z(x, y)}{\partial y} \in C(D, R^n), \quad \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x \partial y} \in C(D, R^n),$$

называется классическим решением задачи (1)-(3), если она удовлетворяет системе (1) при всех $(x, y) \in D$ и краевым условиям (2), (3).

Гиперболические уравнения, часто называют волновыми уравнениями, так как с их помощью описывается распространения волн (упругих, электро - магнитных, сдвиговых).

В сообщении полупериодическая краевая задача для системы гиперболических уравнений со смешанной производной (1)-(3) была сведена к краевой задаче для семейства обыкновенных интегро-дифференциальных уравнений первого порядка. Для полученной задачи применяя метод параметризации был предложен алгоритм нахождения приближенного решения, на каждом шаге которого решается задача Коши и используется метод последовательных приближений. В терминах матрицы $Q_\nu(x, h)$, элементы которой определяются через $A(x, y)$ были установлены достаточные условия однозначной разрешимости задачи (1)-(3).

Справедливо утверждение

Теорема. Пусть при некотором шаге $h > 0: Nh = Y, N = 1, 2, \dots$, и числу подстановок $\nu, \nu \in \mathbb{N}, (nN \times nN)$ - матрица $Q_\nu(x, h)$ обратима при всех $x \in [0, \omega]$ и выполняются неравенства

$$1) \|Q_\nu(x, h)^{-1}\| \leq \gamma_\nu(x, h) \leq \gamma_\nu(h);$$

$$2) h(\alpha + \beta X)(\lambda(h) + 1) < 1, \quad \lambda(h) = \gamma_\nu(h) \left(Xh\sigma \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(ah)^j}{j!} + \frac{(ah)^\nu}{\nu!} \right) e^{\gamma_\nu(h) Xh\sigma \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(ah)^j}{j!}}$$

где $\alpha = \max_{(x,y) \in D} |A(x, y)|, \sigma = \max_{(x,y) \in D} |C(x, y)|$.

Тогда существует единственное решение задачи (1)-(3).

Список использованной литературы

1. Джумабаев Д.С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1989. Т.29, е 1. С. 50-66.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ЛИУВИЛЛЯ В НЕЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ

Псху А.В.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН, Нальчик, Россия

E-mail: pskhu@list.ru

Рассмотрим уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial^\alpha}{\partial y^\alpha} \right) u(x, y) = f(x, y) (0 < \alpha < 1), \quad (1)$$

где $\frac{\partial^\alpha}{\partial y^\alpha}$ – дробная производная Лиувилля порядка α с началом в точке $y = -\infty$ [1].

Пусть

$$\Omega = \{(x, y): z(y) < x < a, -\infty < y < b\},$$

где $z(y)$ – непрерывная неубывающая на $(-\infty, b)$ функция, $z(y) < a$; $a, b \leq \infty$.

Доклад посвящен обсуждению вопросов разрешимости следующей задачи: найти регулярное решение уравнения (1) в области Ω , удовлетворяющее краевому условию

$$u(z(y), y) = \varphi(y) (-\infty < y < b).$$

Список использованной литературы

1. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. Москва, Физматлит, 2003.

НЕЛИНЕЙНАЯ ЛОГИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ

Расулов М.

Институт математики им. В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: rasulovms@bk.ru

Логистические модели широко применяются при моделировании динамики популяции в биологии. При этом роста популяции пропорционально плотности популяции и ресурсам. Модели динамики численности взаимодействующих популяции вида

$$u_t = d u_{xx} + u(a - bu)$$

в математической биологии принято называть уравнением Колмогорова-Фишера. Здесь $u(t, x)$ – плотность популяции в момент времени t в точке x .

Многочисленные задачи для уравнения типа Колмогорова-Фишера исследованы многими авторами (см. напр. [1, 2, 3]).

В известных работах установлены разрешимость рассматриваемых задач и исследованы качественные свойства решений.

Начиная со второй половины прошлого столетия, были построены и исследованы математические модели биологии и экологии со свободной границей. Для уравнений реакции-диффузии исследованы задачи со свободной границей моделирующей распространения биологических видов. При этом свободная граница представляет распространения фронта видов. Установлены априорные оценки, доказаны теоремы сравнения и разрешимость поставленных задач, изучены асимптотические свойства ограниченных решений и получены результате дихотомии [3].

В настоящей заметке исследуется математическая модель в виде задачи со свободной границей для уравнения реакции-диффузии

$$k(u)u_t - du_{xx} - uu_x = u(a - bu), \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq s(t) = s_0 \quad (1)$$

$$u(0, x) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq s_0, \quad (2)$$

$$u_x(t, 0) = 0, \quad t > 0, \quad (3)$$

$$u(t, s(t)) = 0, \quad t > 0, \quad (4)$$

$$\dot{s}(t) = -\mu u_x(t, s(t)), \quad t > 0. \quad (5)$$

Относительно данных предполагается выполненными следующие условия:

I. Функции $k(u)$ и $k'(u)$ определены для любого значения аргумента и ограничены на любом замкнутом множестве аргумента, причем $k(u) \geq k_0 > 0$.

II. a, b, μ, s_0 – положительные постоянные.

III. $u_0(x) \in C^2[0, s_0]$, $u'_0(0) = u_0(s_0) = 0$, $u'_0(s_0) < 0$, $u_0(x) > 0$, $\lim_{x \rightarrow s_0} \frac{u_0(x)}{s_0 - x} = 0$.