

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗОЛЬВЕНТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПРЕАТОРА НА КОМПАКТНЫХ ГРАФАХ

Жанузакова Д.Т., Коныркулжаева М.Н.

Казахский Национальный Университет имени Аль-Фараби, Алматы, Казахстан

E-mail: taupihovna@mail.ru, maralkulzha@gmail.com

Задача Штурма-Лиувилля на компактном графа возникает при расчете электронных колебаний сложной молекулы в рамках модели свободных электронов [1]. В работе [2] изучена задача рассеяния на компактном графе, полученном присоединением бесконечных лучей.

В предполагаемом докладе изучается аналитическая природа резольвенты дифференциального оператора на компактном графе. Приведена формула резольвенты и выяснены положения ее полюсов.

В заключенной части доклада доказана сверточное представление резольвенты. В случае отрезка сверточное представление резольвенты можно найти в работе [3].

Пусть задан какой-либо компактный граф, скажем граф, изображенный на рис.1.

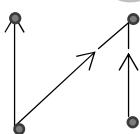


Рис 1.

Рассмотрим семейство симметричных операторов $\{\mathcal{L}_i, i = 1, 2, 3, 4\}$ с вещественно локально ограниченными измеримыми потенциалами

$$\mathcal{L}_i \varphi_i(x_i) = -\frac{d^2}{dx_i^2} \varphi_i(x_i), \quad D(\mathcal{L}_i) = \{\varphi(x_i) : \varphi \in C_0^\infty[o_i, s_i]\}.$$

Далее мы изучаем лишь расширение, задаваемое следующей системой граничных условий в узлах исходного графа:

$$\begin{aligned} \varphi_1(0) = \varphi_2(0), \varphi_1'(0) + \varphi_2'(0) = 0, \varphi_1'(s_1) = 0, \varphi_4(0) = \varphi_2(s_2) + \varphi_3(s_3), \varphi_2(s_2) = \varphi_4(0) \\ = \varphi_3(s_3), \varphi_4'(s_4) = 0, \varphi_3'(0) = 0 \end{aligned}$$

С помощью заданного уравнения и граничных условия мы находим формулу резольвенты в виде:

$$\varphi = (\mathcal{L} - \lambda I)^{-1} f$$

Находим $\vec{\varphi} = A\vec{F}$, где $F = (f_1, f_2, f_3, f_4)$, $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4)$, A – матрица размерности 4×4 элементы, которого являются определители. В итоге общий вид формулы:

$$\vec{\varphi} = \int_0^s \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix} dt$$

Список использованных источников

1. Павлов Б.С., Фадеев М.Д. // ТМФ. 1983. Т.55, №2
2. Герасименко Н.И., Павлов Б.С. Задача рассеяния на компактных графах. //ТМФ. 1988 т.74, №3
3. Кангужин Б.Е., Токмагамбетов Н.Е. Свертка, преобразование Фурье и пространства Соболева порождаемые нелокальной задачей Ионкина // Уфимск. матем. журн. – 2015. – Т. 7, № 4– С. 80-92.