

### Список использованной литературы

1. Hirota R. Exact envelope-soliton solutions of a nonlinear wave equation // J. Math. Phys., 1973, 14, 805–809.
2. Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. М.: Мир, 1987 -479 с.
3. Хасанов А.Б. Об обратной задаче теории рассеяния для системы двух несамосопряженных дифференциальных уравнений первого порядка // ДАН СССР, 1984, Т.277, № 3, 559-562.
4. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их приложения // Дифф. ур. 1983, Т. 19, №1, С.86-94.
5. Khasanov A.B., Noitmetov U.A. On integration of the loaded mKdV equation in the class of rapidly decreasing functions // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика, 2021, 38, 19–35

## О ЗАДАЧЕ СО СМЕЩЕНИЕМ ДЛЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛО-ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Хубиев К. У.

ИПМА КБНЦ РАН, Нальчик, Россия

E-mail: [khubiev\\_math@mail.ru](mailto:khubiev_math@mail.ru)

В данном докладе рассматривается модельное характеристически нагруженное [1], [2] уравнение гиперболо-параболического типа второго порядка

$$\begin{cases} u_{xx} - u_y = \lambda u(x, 0), & y > 0, \\ u_{xx} - u_{yy} = \mu u_{xx}(x - y, 0), & y < 0, \end{cases} \quad (1)$$

в области  $\Omega$ , ограниченной отрезками прямых  $x=0$ ,  $x=1$ ,  $y=h > 0$  при  $y > 0$  и характеристиками  $x+y=0$ ,  $x-y=1$  уравнения (1) при  $y < 0$ ,  $\lambda, \mu$  - заданные постоянные.

Пусть  $\Omega^+$  и  $\Omega^-$  - параболическая и гиперболическая части смешанной области  $\Omega$  соответственно. Под *регулярным решением* уравнения (1) в области  $\Omega$  назовем функцию  $u(x, y)$  из класса  $C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega) \cap C^2(\Omega^-) \cap C_x^2(\Omega^+)$ , удовлетворяющую уравнению (1) в  $\Omega^+ \cup \Omega^-$ , такую, что  $u_y(x, 0)$  может обращаться в бесконечность порядка меньше единицы в точках  $(0, 0)$  и  $(1, 0)$ .

Через  $\theta_0(x) = \left(\frac{x}{2}, -\frac{x}{2}\right)$ ,  $\theta_1(x) = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{x-1}{2}\right)$  обозначим точки пересечения характеристик уравнения (1), выходящих из точки  $(x, 0)$  с характеристиками  $x+y=0$  и  $x-y=1$  соответственно.

Для уравнения (1) рассмотрим следующие задачи.

**Задача N<sub>1</sub>.** Найти регулярное в области  $\Omega$  решение  $u(x, y)$  уравнения (1), удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned} u(0, y) = \varphi_0(y), \quad u(1, y) = \varphi_1(y), \quad 0 \leq y \leq h, \\ \alpha u[\theta_0(x)] + \beta u[\theta_1(x)] = \psi_1(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varphi_0(y), \varphi_1(y), \psi_1(x)$  - заданные достаточно гладкие функции,  $\alpha, \beta$  - заданные постоянные, причем  $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$ .

**Задача N<sub>2</sub>.** Найти регулярное в области  $\Omega$  решение  $u(x, y)$  уравнения (1), удовлетворяющее условиям (2) и условию

$$\alpha \frac{d}{dx} u[\theta_0(x)] + \beta \frac{d}{dx} u[\theta_1(x)] = \psi_2(x), \quad 0 < x < 1,$$

где  $\varphi_0(y), \varphi_1(y), \psi_2(x)$  - заданные достаточно гладкие функции,  $\alpha, \beta$  - заданные постоянные, причем  $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$ .

Найдены условия на  $\alpha, \beta, \lambda, \mu$ , при которых задачи  $N_1$  и  $N_2$  имеют единственное решение.

### Список использованной литературы

1. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их применение. М.: Наука, 2012. 232 с.
2. Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И. Нагруженные уравнения как возмущения дифференциальных уравнений. Алматы: ФЫЛЫМ, 2010. 334 с.

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ВТОРОГО РЕГУЛЯРИЗОВАННОГО СЛЕДА ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИРАКА МЕТОДОМ ЛАКСА

Яхшимуратов А.Б.<sup>1</sup>, Матёкубов О.М.<sup>2</sup>, Хусайнов И.И.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ургенчский филиал Ташкентского Университета Информационных Технологий имени Мухаммада Аль-Хорезми, г. Ургенч, Республика Узбекистан

<sup>2</sup>Ургенчский государственный университет, г. Ургенч, Республика Узбекистан

E-mail: [albaron@mail.ru](mailto:albaron@mail.ru), [ollabergan2021@mail.ru](mailto:ollabergan2021@mail.ru), [islom\\_xusainov@mail.ru](mailto:islom_xusainov@mail.ru)

В 1953 году И.М.Гельфандом и Б.М.Левитаном [1] была получена формула для суммы разностей собственных значений двух регулярных операторов Штурма-Лиувилля. Вскоре после этого, Л.А.Дикий [2, 3] предложил другой метод, с помощью которого ему удалось дать рекуррентные формулы для вычисления регуляризованных следов всех степеней оператора Штурма-Лиувилля. Следующий важный шаг был сделан В.Б.Лидским и В.А.Садовничим [4]. Затем аналогичная задача была решена в работе Э.Абдукадирова [5] в случае оператора Дирака. В работе [6] П.Д.Лакса формула первого регуляризованного следа выведена методом деформации потенциала для оператора Штурма-Лиувилля. Применяя метод, предложенный П.Д.Лаксом, в работах [7, 8] получена формула регуляризованного первого следа в случае оператора Дирака. Следует отметить подробный обзор В.А.Садовничего и В.Е.Подольского, посвященный формулам следов [9].

В этой работе методом П.Д.Лакса вычислен второй регуляризованный след для системы Дирака с самосопряженным граничным условием.

Рассмотрим следующую систему Дирака

$$Ly \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p(x) & q(x) \\ q(x) & -p(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad x \in [0, \pi] \quad (1)$$

с граничными условиями

$$y_1(0) \cos \alpha + y_2(0) \sin \alpha = 0, \quad y_1(\pi) \cos \beta + y_2(\pi) \sin \beta = 0. \quad (2)$$

Здесь  $p(x), q(x) \in C^1[0, \pi]$  действительные функции.

Обозначим через  $\lambda_n, n \in \mathbb{Z}$  собственные значения задачи (1)+(2). Собственные значения задачи (1)+(2) действительные, простые, и для них выполняется асимптотическая формула

$$\lambda_n = n + \frac{\beta - \alpha}{\pi} + \frac{\gamma_n}{n}, \quad \{\gamma_n\} \in l_2.$$

Отсюда получим, что

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \lambda_n - n - \frac{\beta - \alpha}{\pi} \right) < \infty. \quad (3)$$

Сумма ряда (3) называется первым регуляризованным следом задачи (1)+(2). В работе [8] получена следующая формула для первого регуляризованного следа

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \lambda_n - n - \frac{\beta - \alpha}{\pi} \right) = -\frac{1}{2} [p(0) \cos 2\alpha + q(0) \sin 2\alpha + p(\pi) \cos 2\beta + q(\pi) \sin 2\beta].$$

В этой работе доказана следующая теорема методом деформации потенциала.

**Теорема.** Для собственных значений задачи (1)+(2) имеет место следующая вторая формула регуляризованных следов