ӘОЖ 517.1

Қ.Жетпісов

Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті

«ДӘЛЕЛДЕУ» ҰҒЫМЫНЫҢ КЕЙБІР ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

В статье рассматривается связь между понятиями «полная система связок» и «доказательство формулы с помощью гипотез», т.е. связь между семантикой и синтаксисом. Показана методика построения доказательства формулы с помощью производных правила вывода.

It is considered connection between notion "complete of connectives" and notion "proving of formula from hypothesis", i.e. connection between semantics and syntax. In is showed method of proving of formula from derived rules of derivation.

Тұжырымдар алгебрасы және предикаттар алгебрасы, сонымен қатар осы алгебралардың формаль түрі — тұжырымдар мен предикаттар санағы қазіргі заманғы математикалық тілдің негізі болып есептелетіндіктен, олар «Математикалық логика», «Математикалық логика және дискретті математика» пәндерінің міндетті құраушылары болып табылады. Сондықтан олар — жоғары оқу орындарында оқылатын логика-математикалық бағыттағы барлық басқа да пәндерінің құраушылары. Осы пәндерді оқытып-үйретудің тәжірибесінен байқайтынымыз — формаль тілді құру негізінде, оның жалпы принциптері мен қарарларымен танысуда, нақты санақ тілінің іскерлігі мен дағдысын қалыптасу процесінің оң әсер ететіндігі.

Қазіргі заманғы математиканың бірден-бір негіздік әдісі — формаль аксиомалық теориялар әдісін қолдану ерекшелігін қалыптастыруда және студенттердің оған дағдылануына, жеке жағдайда, тұжырымдар санағы мен предикаттар санағының тілдерінің көмегі зор.

Осыған сәйкес таңбалық тілді құруда жалпы математикалық әдіс — логикалық санақтың синтаксистік құраушысы негізінде қарастырылады.

Қазіргі философиялық көзқарас бойынша, «нақты түрді оқып-үйренуге амалданған формаль аппараттың нақты тұжырымдалған ережелеріне негізделген санақ кейбір есептер класын толық сипаттай алса, онда осы кластың кейбір ішкі класы және сол ғана алгоритмді шешімді болады». Сондықтан санақтың алгоритмдік мүмкіндіктері (тілдің байлығы) — оның ең маңызды сипаттамалары, ал нақты есептерді шешудің тиімді әдістерін алуда осы мүмкіндіктерді пайдалану, осы санақ (деңгейінде) шеңберінде туындаған, — оның бірден-бір функциясы.

Осыған сәйкес логикалық санақты құру процесінде негізгі талап

– алфавиттік таңбаларға;
– формулаларға;
– кейбір басқа синтаксистік конфигурацияларға;
– қорытындылау ережелеріне;
– құру ережеліріне;
– формальданған тілді құрудың жалпы технологиясына қойылады.

Алгоритмдік проблемаларды қою және оқып-зерттеу (тәжірибе) практикасы логикалық санаққа тән, ол «формула», «ішкі формула», «аксиома», «қорытынды» болу алгоритмдерін уақытында дұрыс талдау, оқып-үйренуші пәндегі сәйкес тақырыпты сапалы меңгеруге көмегін тигізіп ғана қоймай, студенттердің жалпы алгоритмдік танымын, мәдениетін қалыптастыруға дұрыс ықпал етеді.

Тұжырымдар алгебрасын аксиомалық негізде құруды әр түрлі әдістермен жүзеге асыруға болады. Көпшілік жағдайда біз Гильберт әдісін пайдалануға тырысамыз. Бұл әдіс аксиома, теорема, дәлелдеу, жалпы аксиомалық әдіс туралы студенттердің интуитивті-мағыналы көзқарастарын қалыптастырудағы ең тиімді әдістердің бірі.

Гильберт әдісі мектеп курсындағы геометриядан студенттерге таныс.

Идея — әдістемелік негізде Гильберт әдісі санақ туралы көзқарастың табиғи дамуы, ол (таңдалған аксиомалардың логикалық құрылымындағы) дәстүрлік аксиоматикалық логиканың аксиомалар сызбасы жүйесінің ақырлылығы, яғни оның қорытындылау ережесіндегі ақырлы болуы.

Олар өз жазылуында Аристотельдің категориялық силлогизміндегі модустерді жазу формасымен ұқсас. Тұжырымдар санағының теоремалар жиындарының анықталуымен индуктивті дәлелдеу әдісін қолдану аумағының кеңею мүмкіндігі пайда болды. Индукциялық дәлелдеуге ұқсас формуланың күрделілігіне байланысты индуктивті дәлелдеу сызбасы дәлелдеу ұзындығына қарай құрылады.

Дедукция туралы теорема — логикалық санақ теориясының негізгі теоремаларының бірі. Бұл теореманың маңыздылығын түсіну үшін тұжырымдар санағының нақты формуласының дәлелдеуін тек ғана аксиомалар сызбасын қолдану арқылы құрудың қаншалықты күрделі және қиын екендігін түсіну керек. Дедукция туралы теоремада гипотезаның көмегімен «дәлелдеу» қатынасы мен кәдімгі «дәлелдеу» қатынастарының арасындағы байланыс орнатылады. Осы байланыстардың арқасында, көптеген жағдайларда, тұжырымдар санағында дәлелдеуді құру есебінің шешімі анағұрлым жеңілдетіледі. Дедукция туралы теореманың негізінде тұжырымдар санағының туынды ережелерінің бірі — импликацияны енгізу ережесі тұжырымдалады.

Тұжырымдар санағын оқып-зерттеуде тұжырымдар санағының теория-жиындық семантикасы мен ақиқаттығына көңіл аударған жөн. Ақиқаттық семантикасын оқып-үйрену әдісі тұжырымдар алгебрасы мен тұжырымдар санағының арасындағы табиғи ұқсастыққа негізделген. Тұжырымдар алгебрасында айнымалылар үшін анықталған ақиқаттық мәндер жиынтығынан осы жиынтықтардағы формуланың ақиқаттық мәндерін алу, тұжырымдар санағындағы «мәндену» ұғымын енгізумен парапар, ал ол барлық пропозиционалдық айнымалылар жиынын екі элементті ({*ж*, *а*}), {0, 1} жиынына бейнелеумен бірдей. Жалпыланған индуктивті сипаттағы технологияларды қолдану құралдарымен бұл бейнелеу санақтың барлық формулалар жиынына дейін кеңейтіледі, ал ол берілген мәнделудегі формулалардың «ақиқаттық мәндері» ұғымына әкеледі.

Ақиқаттық семантикасын алгебралық тұрғыдан қарастыру (алгебралық көзқарас) «Буль мәнді семантика» мен «бульдік мәнделу» ұғымдарына әкеледі. Мәнделу өрісі ретінде бос емес жиынның барлық ішкі жиындарының Буль алгебрасы таңдалып алынған жағдайда теория-жиындық семантика Буль мәнді семантиканың жеке жағдайы ретінде енгізіледі. Формуланың дәлелдеуі — синтаксистік ұғымы мен оның теңбе-тең ақиқаттығы (тавтология) — семантикалық ұғымының арасындағы байланысты анықтауда толық математикалық индукция әдісінің (өзгертілген) жетілдірілген сызбасының маңызы зор. Осы байланыс кеңейтілген мағынадағы тұжырымдар санағының толықтығы туралы теореманың дәлелдеуінде көрінеді.

Кеңейтілген мағынадағы тұжырымдар санағының толықтығы туралы теорема тұжырымдар алгебрасын оқып-үйренудің мағыналық мәні мен формаль аксиомалық көзқарастың эквиваленттігін дәлелдейді.

Басқаша сөзбен айтқанда, бұл теореманың тұжырымы: Тұжырымдар санағына тиісті дедуктивті құралдардың қоры (арсенал) ондағы барлық теңбе-тең ақиқат формулалардың дәлелдеуін алуға толығымен жеткілікті.

Сонымен қатар санақтың толықтығы туралы теорема, аксиомалар жүйесіне онда дәлелденбейтін формуланы жаңа аксиома ретінде қосу арқылы қорды кеңейту әрекеті қарама-қайшылықты санаққа әкелетіндігін көрсетеді.

Осы жағдайлардың барлығында біздің негізгі назарымыз «балама» (интерпретация) әдісінің алгебралық мағынасына көңіл аудару. Себебі ол, Гильберт бойынша, тұжырымдар санағының аксиомалар жүйесінің тәуелсіздігін дәлелдеу үшін қолданылады.

Логикалық санақтың формаль тілінің семантикасы деп осы тілдің әр түрлі синтаксистік конфигурацияларының маңызын айтамыз, яғни олардың ақиқаттық бағасына байланысты мазмұндық мағынасы айтылады. Сол себепті семантиканың негізгі ұғымы оның конфигурацияларының ақиқаттық ұғымы болып табылады. Осы деңгейде біз оларды мазмұнды оқып-зерттеумен айналысамыз.

Тұжырымдар алгебрасында күрделі $A = A\left(x_1, x_2, ..., x_n\right)$ формуласының ақиқаттық мәні оның құрамындағы қарапайым $x_1, x_2, ..., x_n$ тұжырымдарының ақиқаттық мәндеріне оның құрамындағы логикалық амалдардың ақиқаттық кестесіне тәуелді және сәйкес осы амалдардың классикалық ақиқаттық семантикасын береді.

$x_1, x_2, ..., x_n$ айнымалылары үшін $\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n$ ($\sigma_i = \{0,1\}$, $i = 1, 2, ..., n$) мәндерін сәйкесінше осы айнымалылар жиыны мен екі элементті $\{0,1\}$ жиынының арасындағы $\phi : \{x_1, x_2, ..., x_n\} \to \{0,1\}$ бейнелеуі деп түсінуге болады. Мұндай бейнелеулер $x_1, x_2, ..., x_n$ айнымалыларын *мәндендіру* деп аталады.

Осындай әрбір ϕ-мәндендірулері индуктивті сипаттағы процедуралардың құралымен тұжырымдар алгебрасының n-айнымалылы барлық формулалар жиыны $L_n(A)$-мен $\{0,1\}$ жиынының арасындағы бейнелеуге дейін жалғасады. Яғни осы мәндендірудегі $L_n(A)$ жиынына алынған формуланың ақиқаттық мәнін анықтау процесіне айналады.

Осы текті әр түрлі 2^n мәндендіру бар болғандықтан, онда ақиқаттық семантикасында әрбір $A = A(x_1, x_2, ..., x_n)$ формуласына ақырлы кестені сәйкес қоюға болады. n-орынды алгебралық амал түріндегі бұл формуладан оның кестелік мәніне көшеміз.

$\{x_1, ..., x_t, ...\}$ ($t \in N$) барлық пропозиционалдық айнымалылар жиынында «мәндендіру» ұғымын жалпылай келе, тұжырымдар санағының ақиқаттық семантикасының келесі анықтамасына келеміз [1].

$L(A)$ жиынында бинарлық $\leq$ қатынасын келесі түрде анықтайық: кез келген $A, B \in L(A)$ үшін $B \leq A \Leftrightarrow$, егер A формуласының ішкі формуласы B болса.

$\leq$ қатынасы рефлексивті, $A \leq A$ (A — өз-өзінің ішкі формуласы);

$\leq$ антисимметриялы: $B \leq A$ және $A \leq B$ болса, онда $A \equiv B$;

$\leq$ транзитивті: ($B \leq A$ және $A \leq C$) болса, онда $B \leq C$. Яғни $\langle L(A); \leq \rangle$ — бөліктік реттелген жиын.

Оның минималды элементтер i — $L(A)$ тілінің атомдық формулалары. Минималды элементтер жиыны P — пропозиционалдық айнымалылар жиынымен беттеседі.

$\langle L(A); \leq \rangle$ бөліктік реттелген жиыны үшін «кемімелі тізбенің үзілу шарты», минималдық шарты орынды, яғни бөліктік реттелген $\langle L(A); \leq \rangle$ жиыны нақты.

Жалпыланған индуктивті анықтамалар әдісіне сәйкес $\phi : L(A) \to \{0,1\}$ бейнелеуін келесі түрде құрамыз:

а) бөліктік реттелген $\langle L(A); \leq \rangle$ жиынының $A \in P$ минималды элементтерінде ϕ-бейнелеуі кез келген, бірақ кейін басқалар үшін нақты;

б) егер A формуласы $\langle L(A); \leq \rangle$ бөліктік реттелген жиынының минималды элементі болмаса, онда формула мен ішкі формуланың индуктивті анықтамасына сәйкес A формуласы үшін келесі мүмкіндіктердің біреуі орынды:

– б.1. $A = (B \wedge C)$;

– б.2. $A = (B \vee C)$;

– б.3. $A = (B \to C)$;

– б.4. $A = \overline{B}$.

б.1.–б.3 жағдайларының әрқайсысында $B \leq A$ және $C \leq A$, б.4 жағдайында $B \leq A$.

Жалпыланған индуктивті анықтама әдісіне сәйкес $\phi(A)$ өрнегін есептеу үшін, $\leq$ қатынасы мағынасында A-ның тікелей алдындағы элементтегі ϕ-функциясының мәні арқылы $\phi(A)$ өрнегін табуға болатын рекуренттік қатынасты көрсету жеткілікті. Бұл сәйкестік $L(A)$ тілінің формуласының ақиқаттық бағасын алуда тұжырымдар алгебрасындағы олардың осыған ұқсас бағаларын алу келесі түрде болуы керек:

– б'.1. $\phi(A) = \phi(B) \wedge \phi(C)$;

– б'.2. $\phi(A) = \phi(B) \vee \phi(C)$;

– б'.3. $\phi(A) = \phi(B) \to \phi(C)$;

– б'.4. $\phi(A) = \overline{\phi(B)}$.

Бұл жағдайларда теңдіктердің оң жақ бөлігіндегі өрнектер тұжырымдар алгебрасындағы $\wedge, \vee, \to, \neg$ логикалық амалдардың анықтамаларына сәйкес есептеледі, яғни классикалық ақиқаттық семантикасына сәйкес келеді.

$\wedge, \vee, \to$ — бинарлық және $\neg$ — унарлық амалдары $L(A)$ жиынында алгебралық, сондықтан олар бізге $\langle 2,2,2,1 \rangle$ текті $L(A) = \langle L(A), \wedge, \vee, \to, \neg \rangle$ алгебрасын қарастыруға мүмкіндік береді. Алгебралық тұрғыдан алғанда кез келген ϕ мәндендіруі (ақиқаттық семантикасында) $L(A)$ алгебрасын $\langle \{0,1\}, \wedge, \vee, \to, \neg \rangle$ алгебрасына гомоморфты бейнелеу болып табылады. Шындығында, б'.1.–б'.4 өрнектері амалды «сақтаудың» қажетті шартын береді.

$\langle \{0,1\}, \wedge, \vee, \to, \neg \rangle$ — Буль алгебрасы *мәндендіру өрісі* деп аталады. Алгебралық тұрғыдан алғанда ақиқаттық семантикасына тұжырымдар санағы тілінің Буль мәнді мәндендіруі келтіріледі, онда мәндендіру өрісі ретінде негізгі жиынында ең кемінде екі элемент болатын кез келген Буль алгебрасы алынады. Жеке жағдайда мәндендіру өрісі ретінде бос емес M жиынының ішкі жиындарының жиынының Буль алгебрасы $B(M)=\langle B(M);\cup,\cap,\varnothing,M\rangle$ алынса, онда тұжырымдар санағы тілінің *теория-жиындық семантикасын* аламыз.

Теория-жиындық семантикада мағыналық (мазмұндық) мәндендіру ақиқаттық семантикадағы мәндендіруге ұқсас анықталады.

Индуктивті анықтама әдісі бойынша $\Phi: L(A)\to B(M)$ бейнелеу келесі ережемен беріледі.

а) Бөлікті реттелген $\langle L(A),\leq\rangle$ жиынның минималды элементінде $(A\in P)$ Φ бейнелеуі кез келген, бірақ ол кейін нақты (фиксированный) болады.

Бұл жағдайда әрбір пропозиционалдық айнымалы A қарапайым характеристикалық (сипаттамалық) қасиеттің аты ретінде анықталады және оның көмегімен M жиыннан $\Phi(A)$ — ішкі жиынының элементтері, тек ғана солар бөлініп алынады.

Басқаша айтқанда, пропозициялық айнымалы A Φ бейнелеуінде $B(M)$ жиынының элементтерінің аттарын анықтайды.

б) Егер A формуласы бөлікті реттелген $\langle L(A),\leq\rangle$ жиынының минималды элементі болмаса, онда (жоғарыда айтылғандай) A формуласы үшін б.1) — б.4) мүмкіндіктерінің біреуі орындалады.

$\leq$ қатынасы мағынасында A-ның тікелей алдында тұратын $L(A)$ жиынынан алынған элементті анықтауда, Φ бейнелеуінің мәні арқылы $\Phi(A)$ мәнін табуға болатын рекурентті қатынас ретінде келесі теңдіктерді аламыз:

– б".1. $\Phi(A)=\Phi(B)\cap\Phi(C)$;

– б".2. $\Phi(A)=\Phi(B)\cup\Phi(C)$;

– б".3. $\Phi(A)=\Phi(\overline{B})\cap\Phi(C)=M\,/\,\Phi(B)\cap\Phi(C)$;

– б".4. $\Phi(A)=M\,/\,\Phi(B)$.

Семантика мен синтаксистің арасындағы байланыс келесі теоремадан айқын көрінеді [2].

Теорема. Тұжырымдар алгебрасының формуласы теңбе-тең ақиқат болуы үшін оның тұжырымдар санағында дәлелденетін формула болуы қажетті және жеткілікті.

1-анықтама. Тұжырымдар алгебрасының формулалары $A(a_1,a_2,...,a_n)$ және $B(a_1,a_2,...,a_n)$ ***эквивалентті (тең мәнді)*** деп аталады, егер құрамдарындағы $a_1,a_2,...,a_n$ қарапайым айнымалылардың сәйкес үлестірулеріндегі мәндері тең болса, $A(a_1,a_2,...,a_n)\sim B(a_1,a_2,...,a_n)$.

Салдар 1. Егер $A\sim B$ болса, онда $(A\to B)\vee(B\to A)\sim 1$.

2-анықтама [3]. Конъюнкция, дизъюнкция, импликация, кері амалдан $(\{\wedge,\vee,\to,\neg\})$ тұратын жиынды логикалық амалдардың ***толық жүйесі*** деп атайды.

Лемма. Логикалық амалдардың келесі жиындары:

1) $\{\wedge,\neg\}$;

2) $\{\vee,\neg\}$;

3) $\{\to,\neg\}$ толық жүйе құрайды.

Соңғы леммадан байқайтынымыз, толық жүйелер осы амалдар арқылы анықталған тілдің байлығы (мүмкіндігі) туралы мағлұмат береді. Бір толық жүйенің логикалық амалдарының көмегімен жазылған формулаға екінші толық жүйедегі логикалық амалдардың көмегімен жазылған, оған эквивалентті формула әр уақытта бар.

Теорема бойынша онда бұл формулалар арасында синтаксистік тұрғыдан «дәледену» ұғымына қатысты байланыс анықталған.

Туынды қорытындылау ережелері [3] формуланың құрамындағы логикалық амалдан құтылуға немесе амалды формуланың құрамына енгізуге негізделген. Сондықтан формуланың дәлелдеуі логикалық амалдардың арасындағы «толықтық» ұғымына тікелей байланысты.

Әдістемелік тұрғыдан алғанда «дәлелдеу» және «толықтық» ұғымдарын дұрыс түсіну студенттер үшін өте маңызды.

Тұжырымдар санағында формуланың дәлелдеуін құру осы байланыстарға негізделген. Осы тұрғыдан алғанда 1-салдарын келесі түрде тұжырымдауға болар еді.

Салдар 2. $A \sim B \Leftrightarrow A \vdash B$ және $B \vdash A$.

Осы айтылғандарға негіз ретінде бір мысал келтірейік.

1. $A(a,b) = \bar{a} \wedge b.$
2. $B(a,b) = \overline{a \vee \bar{\bar{b}}}.$
3. $C(a,b) = \overline{\bar{\bar{a}} \to \bar{b}}$ формулаларын қарастырайық.

Бұл формулалар эквивалентті, яғни

$$A(a,b) \sim B(a,b) \sim C(a,b),$$
$$\bar{a} \wedge b \sim \overline{a \vee \bar{\bar{b}}} \sim \overline{\bar{\bar{a}} \to \bar{b}},$$

онда 2-салдар бойынша бұл формулалардың арасында келесі қатынастарды орнатуға болады:

$$1 \vdash 2,\quad 1 \vdash 3,\quad 2 \vdash 3,\quad 3 \vdash 2,\quad 3 \vdash 1,\quad 2 \vdash 1.$$

Жоба түрінде бұл дәлелдеулерді келесі түрде өрнектеуге болар еді:

$$\{\wedge,\neg\} \vdash \{\vee,\neg\},\ \{\wedge,\neg\} \vdash \{\to,\neg\},\ \{\vee,\neg\} \vdash \{\vee,\neg\};$$
$$\{\to,\neg\} \vdash \{\vee,\neg\},\ \{\to,\neg\} \vdash \{\wedge,\neg\},\ \{\vee,\neg\} \vdash \{\wedge,\neg\}.$$

Дәлелдеудің «ағаш әдісін» пайдаланып, жоғарыдағы формулалардың дәлелдеулерін құрайық.

$\bar{\bar{a}} \vdash a$; $a \vdash a$ формулаларының дәлелдеулерін белгілі деп есептейік.

$$1 \vdash 2$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{ак}{\overline{\bar{\bar{a}} \wedge b} \vdash \bar{a}}}{a \vdash \overline{\bar{\bar{a}} \wedge b}} \qquad \dfrac{\dfrac{ак}{\bar{a} \wedge b \vdash b}}{\bar{b} \vdash \overline{\bar{\bar{a}} \wedge b}}\ \textit{контр.заңы}}{\dfrac{a \vee \bar{b} \vdash \overline{\bar{\bar{a}} \wedge b}}{\bar{a} \wedge b \vdash \overline{a \vee \bar{b}}}\ \textit{контр.заңы}}\ \vee\textit{–құтылу.}$$

$$1 \vdash 3$$

$$\dfrac{\dfrac{M.p.}{\bar{a}, \bar{a} \to \bar{b} \vdash \bar{b}}\ \to \textit{құтылу}}{\dfrac{\bar{a}, b \vdash \overline{\bar{\bar{a}} \to \bar{\bar{b}}}}{\bar{a} \wedge b \vdash \overline{\bar{\bar{a}} \to \bar{\bar{b}}}}\ \wedge\textit{–енгізу}}\ \textit{контр. заңы.}$$

$$3 \vdash 2$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{ак}{\bar{a}, b \vdash \bar{a} \wedge b}\ \wedge\textit{–енгізу}}{\overline{\bar{\bar{a}} \wedge b}, \bar{a} \vdash \bar{b}}\ \textit{контр.заңы}}{\dfrac{\overline{\bar{\bar{a}} \wedge b} \vdash \bar{a} \to \bar{b}}{\overline{\bar{\bar{a}} \to \bar{b}} \vdash \bar{a} \wedge b}\ \textit{контр.заңы}}\ \textit{дедукция теор.}$$

$$3 \vdash 1$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\textit{теор.}}{a \vdash a}}{a, b \vdash a}}{a, \bar{a} \vdash \bar{b}}}{a \vdash \bar{a} \to \bar{b}} \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\textit{теор.}}{\bar{b} \vdash \bar{b}}\ \textit{гипот. кеңейту}}{\bar{b}, \bar{a} \vdash \bar{b}}\ \textit{дедукция теор.}}{\bar{b} \vdash \bar{a} \to \bar{b}}}{\dfrac{a \vee \bar{b} \vdash \bar{a} \to \bar{b}}{\overline{\bar{a} \to \bar{b}} \vdash \overline{a \vee \bar{b}}}\ \textit{контр. заңы}} \vee\textit{–құтылу.}$$

$$2 \vdash 1$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\textit{ак}}{a \vdash a \vee \bar{b}} \qquad \dfrac{\textit{ак}}{\bar{b} \vdash a \vee \bar{b}}\ \vee\textit{–енгізу}}{\overline{a \vee \bar{b}} \vdash \bar{a}; \quad \overline{a \vee \bar{b}} \vdash b}\ \textit{контр.заңы.}}{\overline{a \vee \bar{b}} \vdash \bar{a} \wedge b}\ \wedge\textit{–енгізу}$$

$$2 \vdash 3$$

Бұл дәлелдеуді құру үшін транспозиция заңын пайдаланамыз. Дәлелдеу сызбасы:

$$\dfrac{2 \vdash 1 \quad 1 \vdash 3}{2 \vdash 3}$$

$$\dfrac{\overline{a \vee \bar{b}} \vdash \bar{a} \wedge b; \quad \bar{a} \wedge b \vdash \overline{\bar{a} \to \bar{b}}}{\overline{a \vee \bar{b}} \vdash \overline{\bar{a} \to \bar{b}}}.$$

Осы мысал негізгі тұжырымдардың дұрыстығын дәлелдейді.

Әдебиеттер тізімі

1. *Гончаров С.С., Ершов Ю.Л., Самохвалов К.Ф.* Введение в логику и методологию науки. — М.: Интерпакс, 1994. — 255 с.
2. *Ершов Ю.Л., Полютин Е.А.* Математическая логика. — М.: Наука, 1979. — 320 с.
3. *Жетпісов Қ.* Математикалық логика және дискретті математика. — Қарағанды: ҰҒТАО (ЦНТИ) бас., 2008. — 304 б.