О ПРОБЛЕМЕ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ МОДЕЛИ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА

Акыш А.Ш.

Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

E-mail: akysh41@mail.ru

Со времен появления работы [1] изучается качественная теория разнообразных дискретных моделей нелинейного уравнения Больцмана. Среди которых наиболее распространенными являются дискретные модели Карлемана, Бродуэлла и Годунова−Султангазина.

В работе методом функции Ляпунова изучены вопросы асимптотической устойчивости решений трех и четырех скоростных моделей Годунова−Султангазина и Бродуэлла в классе положительных функций. Для которых найдены функции Ляпунова.

Получены неравенства для асимптотического поведения решений, равновесное распределение и оценки для существования и единственности решений в пространствах $C^1\big(0,\infty;\ L_1(G)\big)$ и $C^1\big((0,\infty)\times G\big)$.

Например, задача Коши для пространственно-неоднородной модели Годунова - Султангазина [1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial t}+\frac{\partial f_1}{\partial x}=f_2^2(t)-f_1(t)f_3(t)\equiv F(f), \\ \frac{\partial f_2}{\partial t}=-2F(f)\,, \\ \frac{\partial f_3(t)}{\partial t}-\frac{\partial f_3}{\partial x}=\ F(f), \quad f_k(0,x)=\varphi_k(x);\ \ f_k(t,0)=f_k(t,1),\ \ k=1,2,3. \end{cases} \tag{1}$$

Функционал Ляпунова для (1) представлен в виде [3]:

$$P(\tilde f)=\left(\left(\tilde f_2(t)\right)^2-\tilde f_1(t)\tilde f_3(t)\right)^2\equiv\tilde F^2, \qquad \tilde f_k(t)=\int_0^1 f_k(t,x)dx,\ \ k=1,2,3 \tag{2}$$

Откуда получено

$$P\le P(0)\exp(-2\rho t),\ \text{где}\ P(0)=(\tilde\varphi_2^2-\tilde\varphi_1\tilde\varphi_3)^2,\ 0<\rho-const. \tag{3}$$

Задача Коши для пространственно-однородной модели Бродуэлла относительно вектора-функции $f=(f_1,f_2,f_3,f_4)$ [1], [3]:

$$\begin{cases} \frac{\partial f_{2k-1}}{\partial t}=\sigma\sum_{m=1}^{2}(1-2\delta_k^m)\,f_{2m-1}f_{2m}\equiv F(f), \\ \frac{\partial f_{2k}}{\partial t}=F(f)\,,\ \ k=1,2; \end{cases} \tag{4}$$

$$f_k(0)=\varphi_k,\ \ k=\overline{1,4}\,. \tag{5}$$

Функция Ляпунова для (4), (5): $P(f)=F^2(f)$; Откуда $P=P(0)exp(-2\rho t),\ \ V(0)\equiv V(\varphi);.\rho>0$

В результате развития методологии построения и методов функции Ляпунова для дискретных моделей уравнения Больцмана получены положительные ответы на некоторые актуальные математические вопросы. (теоремы существования и единственности, асимптотические поведения решений по времени и разработка вычислительных методов).

Список использованных источников

1. *Годунов С.К., Султангазин У.М.* О дискретных моделях кинетического уравнения Больцмана. Успехи матем. наук. -1971, -Т.36, №3. -С. 3-51.

2. *Akysh (Akishev) A.Sh*. Convergence of Splitting Method for the Nonlinear Boltzmann Equation// Numerical Analysis and Application. -2013, -Vol.6, № 2. –P.111-118.

3. *Акыш А.Ш.* Методы функций Ляпунова для некоторых дискретных моделей уравнения Больцмана//«Математические методы и современные космические технологии» ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ// Междун. науч. конф. посв. 80-лет. академика У. М. Султангазина, Алматы, 2016, -С. 16-19.

4. *Акыш А.Ш.* Вычислительные задачи нелинейных уравнений Больцмана//Труды международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий-Аль-Хорезми 2016» Бухарский государственный университет, 2016. Т.№2. -С. 19-22.