

3) удовлетворяет следующим начальным условиям:

$$\begin{aligned} u(x,0) = f_1(x), \quad 0 \leq x < +\infty, \quad u_y(x,0) = f_2(x), \quad 0 \leq x < +\infty, \\ u(x,0) = \varphi_1(x), \quad -\infty < x \leq 0, \quad u_y(x,0) = \varphi_2(x), \quad -\infty < x \leq 0, \\ u_{yy}(x,0) = \varphi_3(x), \quad -\infty < x \leq 0, \end{aligned}$$

4) удовлетворяет на  $J$  следующим условиям склеивания:

$$\begin{aligned} u(-0, y) = u(+0, y) = \tau(y), \quad 0 \leq y < +\infty, \quad u_x(-0, y) = u_x(+0, y) = \nu(y), \quad 0 \leq y < +\infty, \\ u_{xx}(-0, y) = u_{xx}(+0, y) = \mu(y), \quad 0 \leq y < +\infty. \end{aligned}$$

Здесь через  $\tau(y)$ ,  $\nu(y)$ ,  $\mu(y)$  обозначены неизвестные следы искомого решения и его производных, а  $f_i(x)$ , ( $i=1,2$ ),  $\varphi_j(y)$ , ( $j=1,2,3$ ) - заданные достаточно гладкие функции, причём они ограничены при  $x \rightarrow \pm\infty$ .

Доказательство существования и единственности поставленной задачи  $K$  проводится путём построения решения.

#### Список использованной литературы

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977, 736 с.

### РАЗРЕШИМОСТЬ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С ИНВОЛЮЦИЕЙ

Мусирепова Е., Сарсенби А.А., Сарсенби А.А.

Южно-Казахстанский университет им. М. Ауезова, г. Шымкент, Казахстан

E-mail: [abzhahan@gmail.com](mailto:abzhahan@gmail.com)

Нами исследован вопрос разрешимости волнового уравнения с инволюцией

$$u_{tt}(x,t) = u_{xx}(x,t) - \alpha u_{xx}(-x,t) - q(x)u(x,t), \quad (x,t) \in \Omega, \quad (1)$$

с начальными данными

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad u_t(x,0) = \psi(x), \quad -1 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

и краевыми условиями следующих видов

$$1) u(-1,t) = u(1,t) = 0, \quad 2) u_x(-1,t) = u_x(1,t) = 0, \quad (3)$$

где  $\Omega = \{-1 < x < 1, t > 0\}$ ,  $-1 < \alpha < 1$ , а функция  $q(x)$  есть комплекснозначная функция.

Уравнение (1) с периодическими и антипериодическими краевыми условиями было изучено в работе [1].

Установлен следующий результат.

**Теорема.** Пусть выполнены следующие четыре условия: 1) все собственные значения спектральной задачи

$$L_\alpha X(x) \equiv -X''(x) + \alpha X''(-x) + q(x)X(x) = \lambda X(x) \quad (4)$$

простые; 2)  $q(x) \in C^2[-1,1]$ ; 3)  $\varphi(x) \in C^4[-1,1]$  и функции  $\varphi(x)$ ,  $L_\alpha \varphi$  удовлетворяют

условиям (3), (4), а функция  $\psi(x) \in C^2[-1,1]$  и удовлетворяет краевым условиям (3).

Тогда смешанная задача (1) – (3) имеет единственное решение, которое представимо в виде ряда Фурье

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos \sqrt{\lambda_k} t + b_k \sin \sqrt{\lambda_k} t) X_k(x),$$

где  $\{X_k(x)\}$  есть система собственных функций спектральной задачи (4).

Заметим, что в основе полученного результата лежит доказательство базисности Рисса собственных функций спектральной задачи (4) и сопряженной ей задачи. Нужно отметить, что базисность Рисса собственных функций несамосопряженной спектральной задачи (4) имеет самостоятельный интерес, и является важным результатом спектральной теории дифференциальных операторов, что является нерешенной проблемой в случае периодической задачи для уравнения Штурма-Лиувилля.

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки Министерства образования и науки РК, грант AP08855792.

#### Список использованной литературы

[1] E. Mussirepova, Abdissalam A. Sarsenbi, Abdizhahan M. Sarsenbi (2022), Solvability of mixed problems for the wave equation with reflection of the argument, *Mathematical Methods in the Applied Science.*, 2022;1-10. doi:10.1002/mma.8448

### РАЗРЕШИМОСТЬ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ИНВОЛЮЦИЕЙ Мусирепова Е., Сарсенби А.А., Сарсенби А.А.

*Южно-Казахстанский университет им. М. Ауезова, г. Шымкент, Казахстан*

E-mail: [abzhahan@gmail.com](mailto:abzhahan@gmail.com)

Нами исследован вопрос разрешимости волнового уравнения с инволюцией

$$u_t(x, t) = u_{xx}(x, t) - \alpha u_{xx}(-x, t) - q(x)u(x, t), \quad (x, t) \in \Omega, \quad (1)$$

с начальными данными

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad -1 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

и краевыми условиями

$$u(-1, t) = u(1, t) = 0, \quad (3)$$

где  $\Omega = \{-1 < x < 1, t > 0\}$ ,  $-1 < \alpha < 1$ , а функция  $q(x)$  есть комплекснозначная функция.

Установлен следующий результат.

**Теорема.** Пусть выполнены следующие три условия: 1) все собственные значения спектральной задачи

$$L_\alpha X(x) \equiv -X''(x) + \alpha X''(-x) + q(x)X(x) = \lambda X(x) \quad (4)$$

простые; 2)  $q(x) \in C[-1, 1]$ ; 3)  $\varphi(x) \in D(L_\alpha)$ . Тогда смешанная задача (1) – (3) имеет единственное решение, которое представимо в виде ряда Фурье

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{-\lambda_k t} X_k(x),$$

где  $\{X_k(x)\}$  есть система собственных функций спектральной задачи (4).

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки Министерства образования и науки РК, грант AP08855792.

#### Список использованной литературы

[1] Sarsenbi Abdissalam and Abdizhahan Sarsenbi. On Eigenfunctions of the Boundary Value Problems for Second Order Differential Equations with Involution // *Symmetry.*-2021.- 13,- no. 10: 1972. <https://doi.org/10.3390/sym13101972>