ӘОЖ 510.

Е.Т.Жолдыбеков

Қарағанды
(E-mail: j.aina-77@mail.ru)

Кейбір математикалық есептердің жаңаша шешілуі

Мақалада келесі мәселелер қарастырылған: төртінші дәрежелі теңдеулердің жаңаша шешуі, шеңберді 7-ге бөлу жайында, $\cos\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{4}\cdot\cos\frac{\alpha}{8}\cdot\cos\frac{\alpha}{16}\cdot\ldots=\frac{180\cos(90-\alpha)}{\pi\alpha}$ теңдігінің дәлелдеуі, Мебиус лентасы жайлы, әрі квадрант, әрі үшбұрышты сандардың формуласы, $\frac{2^{2a}\cdot a!^2}{2\sqrt{a}}<(2a)!<\frac{2^{2a}\cdot a!^2}{\sqrt{2a}}$ теңсіздігінің дәлелдеуі, натурал сандардың n-ші дәрежелерін жинақтау формуласы.

Кілт сөздер: төртінші дәрежелі теңдеу, шеңберді 7-ге бөлу, Мебиус лентасы, теңсіздікті дәлелдеу.

1. Төртінші дәрежелі теңдеулердің жаңаша шешуі

$$x^4+Ax^3+Bx^2+Dx+E=0 \qquad (1)$$

теңдеуі берілсін [1] және оның түбірлері $x_1=a,\quad x_2=b,\quad x_3=c,\quad x_4=d$ болсын, яғни

$$A=a+b+c+d;$$
$$B=b+ac+ad+bc+bd+cd;$$
$$D=abc+abd+bcd+acd;$$
$$E=abcd.$$

Төмендегідей белгілеулер енгізейік: $y_1=ab+cd,\quad y_2=ac+bd,\quad y_3=ad+bc.$ Түбірлері y_1,y_2,y_3 болатын теңдеу құрайық

$$y^3+My^2+Ny+F=0. \qquad (2)$$

(2)-ші теңдеудің түбірлерін (1)-ші теңдеудің түбірлері (*a*, *b, c, d)* арқылы өрнектейтін болсақ,

$$M=ab+ac+ad+bc+bd+cd;$$
$$N=(ab+cd)(ac+bd)+(ab+cd)(ad+bc)+(ac+bd)(ad+bc);$$
$$F=(ab+cd)(ac+bd)(ad+bc).$$

Енді (2)-ші теңдеудің коэффициенттерін (1)-теңдеудің коэффициенттері арқылы былайша өрнектеуге болады: $M=B$, $N=AD-4E$, $F=A^2E-4BE+D$.

Дәлелдеуі. $M=B$ екендігі дәлелдеуді қажет етпейді.

$$N=(ab+cd)(ac+bd)+(ab+cd)(ad+bc)+(ac+bd)(ad+bc)=$$
$$=(a^2bc+b^2ac+c^2ab)+(c^2ad+d^2ac+a^2cd)+(b^2ad+a^2bd+d^2ab)+(d^2bc+c^2bd+b^2cd)=$$
$$=abc(a+b+c)+acd(a+c+d)+abd(a+b+d)+bcd(b+c+d)=$$
$$=abc(A-d)+acd(A-b)+abd(A-c)+bcd(A-a)=$$
$$=Aabc-abcd+Aacd-abcd+Aabd-abcd+Abcd-abcd=$$
$$=A(abc+acd+abd+bcd)-4abcd,$$

яғни

$$N=AD-4E.$$

Ал F-ті A, B, D, E арқылы өрнектеу үшін $a^2+b^2+c^2+d^2$ және $a^2b^2c^2+a^2b^2d^2+b^2c^2d^2+a^2c^2d^2$ көпмүшеліктерінің мәндерін осылайша анықтауымыз қажет:

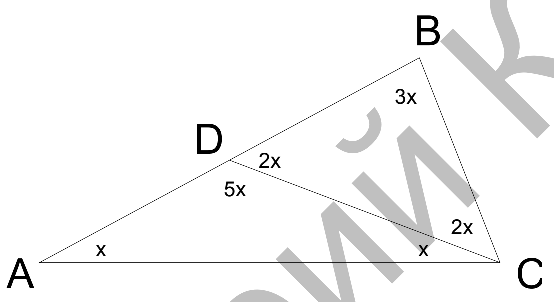
$$A^2=(a+b+c+d)^2=a^2+b^2+c^2+d^2+2(ab+ac+ad+bc+bd+cd);$$
$$a^2+b^2+c^2+d^2=A^2-2B;$$
$$D^2=(abc+abd+bcd+acd)^2=$$
$$=(a^2b^2c^2+a^2b^2d^2+b^2c^2d^2+a^2c^2d^2)+2a^2b^2cd+2a^2c^2bd+2c^2d^2ab+2b^2c^2ad+$$
$$+2b^2d^2ac+2a^2d^2cd;$$
$$a^2b^2c^2+a^2b^2d^2+b^2c^2d^2+a^2c^2d^2=D^2-2BE;$$
$$F=a^3bcd+d^3bca+c^3abd+b^3acd+(a^2b^2c^2+a^2c^2d^2+a^2b^2d^2+b^2c^2d^2)=$$
$$=(a^2b^2c^2+a^2c^2d^2+a^2b^2d^2+b^2c^2d^2)=E(A^2-2B)+D^2-2BE;$$
$$F=A^2E-4BE+D^2.$$

Осылайша, (2) теңдеудің *M, N* және *F* коэффициенттерінің нақты сан мәндерін анықтай алдық, сондықтан бұл теңдеуді Кардано формуласын қолданып, шешімін таба аламыз. Оның түбірлері y_1, y_2, y_3 сандары болғандығын айтқанбыз. Осыдан $X_1=a$, $X_2=b$, $X_3=c$, $X_4=d$ арасындағы байланысты былайша жаза аламыз:

$$2ab = y_1 + \sqrt{y^2 - 4E};$$
$$2ad = y_3 + \sqrt{y^2 - 4E};$$
$$2cd = y_1 - \sqrt{y^2 - 4E};$$
$$2bc = y_3 - \sqrt{y^2 - 4E};$$
$$2ac = y_2 + \sqrt{y^2 - 4E};$$
$$2bc = y_2 - \sqrt{y^2 - 4E}.$$

Осылардан *a, b, c, d*-ның нақты мәндерін есептеп шығаруға болады.

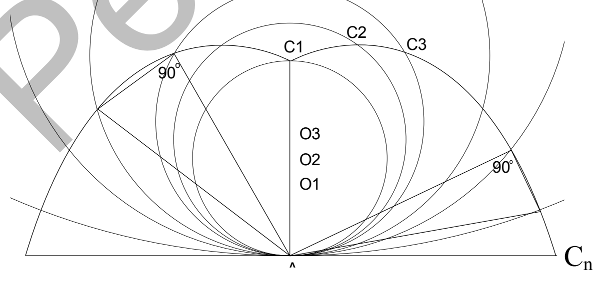
2. Шеңберді 7-ге бөлу жайында



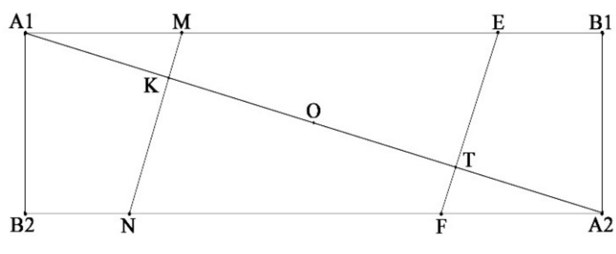
1-сурет

Егер $x = \dfrac{180}{7}$ болатын сызбадағы ABC үшбұрышын сала алатын болсақ, бұл проблеманы шешкен болар едік. Осы сызбаны пайдалана отырып, $8\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x = 1$ болатындығына, Стюарт теоремасы арқылы $8x^3 \pm 4x^2 - 4x \mp 1 = 0$ теңдеуін жазуға болатындығына және бұл теңдеудің түбірлері $x_1 = \pm\cos\dfrac{180}{7}$, $x_2 = \pm\cos\dfrac{540}{7}$, $x_3 = \mp\cos\dfrac{360}{7}$ болатына көз жеткізуге болады, $\cos^2 6x + \cos^2 x = 1$, $\cos^2 5x + \cos^2 2x = 1$, $\cos^2 4x + \cos^2 3x = 1$, $\cos 6x + 2\cos^2 4x = 1$, $2\cos^2 5x + \cos 4x = 1$, $2\cos^2 6x + \cos 2x = 1$, мұндағы $x = \dfrac{180}{7}$.

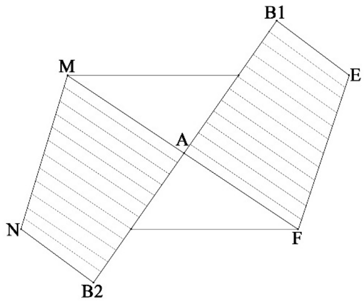
3. $\cos\dfrac{\alpha}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha}{4} \cdot \cos\dfrac{\alpha}{8} \cdot \cos\dfrac{\alpha}{16} \cdot \ldots = \dfrac{180\cos(90-\alpha)}{\pi\alpha}$ *теңдігінің дәлелдеуі*



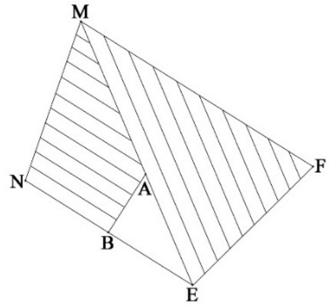
2-сурет



3-сурет



4-сурет



5-сурет

Диаметрі AC=2-ге тең шеңберді A нүктесін тұрақты ұстап, екі бағытта дұрыс шеңбер доғасы түрінде бірте-бірте жазатын болсақ, C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7 …. Cn нүктелері арқылы өтетін қисықты алар едік, яғни AC1=AC2=AC3=AC4=…ACn доғаларды өзара тең болулары шарт. ACn$\perp$AC болған жағдайда доға түзуге айналады.

Қисықтың басты қасиеті: кез келген нүктесін A нүктесімен қосу арқылы тік бұрышты үшбұрыш салатын болсақ, оның үшінші төбесі де осы қисықтың бойында жатар еді.

Бұл қисықты диаметрі 2-ге тең, жасаушысы бір түзуде жататын шексіз көп конустардың жазбасы деп те қарастыруға болады. «Бөбек» қисықты — Кардиойда, Циклойда, Архимед спиральдарымен екінші дәрежелі қисық сызықтар қатарына жатады. Бұл қисық арқылы көптеген теориялық есептерді шығаруға мүмкіндік аламыз. Мысалы,

$$\cos\frac{90}{2}\cdot\cos\frac{90}{4}\cdot\cos\frac{90}{8}\cdot\cos\frac{90}{16}\cdot\ldots=\frac{2}{\pi};\ \ \cos\frac{30}{2}\cdot\cos\frac{30}{4}\cdot\cos\frac{30}{8}\cdot\cos\frac{30}{16}\cdot\ldots=\frac{3}{\pi}.$$

4. Мебиус лентасы жайлы

«Квант» журналында [2] физика-математика ғылымдарының докторы Д.Фукстың $\frac{\pi}{2}\le\lambda\le\sqrt{3}$ теңсіздігін дәлелдеген мақаласы жарияланған болатын. Мұндағы λ — ені 1-ге тең лентаның мүмкін болатын ең қысқа ұзындығы. Автор бұл еңбегін сол кездегі математикалық проблемалардың біреуіне қосқан үлесім деп санаған және λ-ның мәнін бұдан әрі нақтылай түсудің мүмкіндігін жоққа шығарған. Ал мен $\lambda=\sqrt{3}$-ке тең екендігін дәлелдеп, сызбаларымды журналға жолдадым. Бірақ жауап алмадым.

Дәлелдеуі. $A_1B_1A_2B_2$ ені 1-ге тең лента болсын (2-сур.) A_1A_2 диагоналін жүргізейік, оны тең төрт бөлікке бөлейік (O, K, T нүктелері арқылы). K және T нүктелерінен MN және EF перпендикулярларын салайық та, M, N, E, F нүктелерін анықтайық. Лентаны осы MN және EF сызықтары арқылы бүктейік (3-сур.) лентаның арғы жақ беті боялған делік. Алынған фигураны B_1B_2 сызығы арқылы тағы да бүктейік (4-сур.). Егер лентаның ұзындығын кішірейте берсек, 4-суреттегі NE нүктелерінің арасы азая берер еді.

Мұны N мен E нүктелері өзара түйіскенше жалғастыра беруге болар еді де, одан әрі мүмкін болмас еді. N және E нүктелерінің беттесулеріне сәйкес келетін лентаның ең қысқа ұзындығы $\lambda=\sqrt{3}$ болатындығына көз жеткіземіз.

5. Әрі квадрант, әрі үшбұрышты сандардың формуласы

$$S_n=\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)^n-\left(1-\sqrt{2}\right)^n}{32}=\frac{\left(17+12\sqrt{2}\right)^n-\left(17-2)2\right)^n-2}{32}.$$

Бұл да «Квант» журналына жіберген есебімнің біреуі болатын. Дәлелдеуін келтіруімді сұрапты.

Формула арқылы

$$S_1=1;\quad S_2=36;\quad S_3=1225;\quad S_4=41616$$

екендігін есептеу қиын емес.

$$1=\frac{1\cdot2}{2},\quad 36=\frac{8\cdot9}{2}=6^2,\quad 1225=\frac{49\cdot50}{2}=35^2,\quad 41616=\frac{288\cdot289}{2}=204^2\ \ \ldots$$

Топшылауымыздың дұрыстығын дәлелдеу керек.

Жауабы: $\sqrt{2}$ санын қолайлы бөлшектер арқылы жазатын болсақ: $1,\frac{3}{2},\frac{7}{5},\frac{17}{12},\frac{41}{29},\frac{90}{70},...$ қатарын алар едік.

Осы бөлшектердің алымын бір бөлек бөлімін қатарлар ретінде қарастырайық

$$U=1,\ 3,\ 7,\ 17,\ 41,\ 99,\ \ldots,\quad V=1,\ 2,\ 5,\ 12,\ 29,\ 70\ \ldots$$

1-ші қатардың n-ші мүшесі үшін

$$U_n=\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)^{n-1}+\left(1-\sqrt{2}\right)^{n-1}}{2},$$

2-ші қатардың n-ші мүшесі үшін

$$V_n=\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)^{n-1}-\left(1-\sqrt{2}\right)^{n-1}}{2\sqrt{2}}$$

формулаларын жазуға болатындығына назар аударамыз. A_1 $U_n^2\cdot V_n^2$-тың үшбұрышты сан болатындығын дәлелдеудің қиындығы жоқ. Сондықтан формуламыз ақиқат. Сол сияқты кез келген $\sqrt{a^2+1}$ түріндегі сандар үшін қолайлы бөлшектер қатарын жазуға болады.

Мысалы, $1,3,\frac{19}{6},\frac{117}{37},\frac{721}{228}...$ қатарының мәні $\sqrt{10}$ санын мейлінше жуықтай береді. Мұның кез келген мүшесін

$$S_n=\frac{\left(3+\sqrt{10}\right)^{n-1}+\left(3-\sqrt{10}\right)^{n-1}}{\left(3+\sqrt{10}\right)^{n-1}-\left(3-\sqrt{10}\right)^{n-1}}\cdot\sqrt{10}$$

формуласы арқылы анықтауға болады. $A_1.1,2,\frac{9}{4},\frac{38}{17},\frac{161}{72},\frac{682}{395},\frac{2889}{1292}...\to\sqrt{5}$-ке ұмтылады. Бұл қатардың кез келген n-ші мүшесі үшін

$$S_n=\frac{\left(2+\sqrt{5}\right)^{n-1}+\left(2-\sqrt{5}\right)^{n-1}}{\left(2+\sqrt{5}\right)^{n-1}-\left(2-\sqrt{5}\right)^{n-1}}\cdot\sqrt{5}$$

формуласын жазуға болады. Тәжірибелік есептер үшін бұл формуланы жеңілдетуге болады. Мысалы, $\left(2-\sqrt{5}\right)^4=2^4-32\sqrt{5}+120-40\sqrt{5}+5^2$. Осы жіктелудің $\sqrt{5}$-терді есепке алмай, тақ орындарда тұратын мүшелерінің қосындысын жұп орындарда тұратын мүшелерінің қатынасын тапсақ, жеткілікті болады, яғни $S_5=\frac{2^4+120+5^2}{32+40}=\frac{161}{72}$.

6. $\frac{2^{2a}\cdot a!^2}{2\sqrt{a}}<(2a)!<\frac{2^{2a}\cdot a!^2}{\sqrt{2a}}$ *теңсіздігін дәлелдеу*

Мысалға,

$$16!=8!\cdot2^8\cdot3\cdot5\cdot7\cdot9\cdot11\cdot13\cdot15,$$

1) $\left(3\cdot5\cdot7\cdot9\cdot11\cdot13\cdot15\right)^2>2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot10\cdot12\cdot14\cdot16=\frac{2^2\cdot4^2\cdot6^2\cdot8^2\cdot10^2\cdot12^2\cdot14^2\cdot16^2}{2\cdot16}$,

яғни

$$3\cdot5\cdot7\cdot9\cdot11\cdot13\cdot15>\frac{2^8\cdot8!}{2\sqrt{8}};$$

$$16!>\frac{2^{16}\cdot8!}{2\sqrt{8}}.$$

Кез келген a саны үшін $(2a)!>\frac{2^{2a}\cdot a!^2}{2\sqrt{a}}$ орындалады.

2) $\left(3\cdot5\cdot7\cdot9\cdot11\cdot13\cdot15\cdot17\right)^2 < 4^2\cdot8^2\cdot12^2\cdot15\cdot3\cdot6^2\cdot10^2\cdot14^2 =$

$$= 4^2\cdot6^2\cdot8^2\cdot10^2\cdot12^2\cdot14^2\cdot3\cdot15 = \frac{2^2\cdot4^2\cdot6^2\cdot8^2\cdot10^2\cdot12^2\cdot14^2\cdot16^2\cdot3\cdot15}{2^2\cdot16^2},$$

$3\cdot5<4\cdot16$ болғандықтан, $3\cdot5\cdot7\cdot9\cdot11\cdot13\cdot15<\dfrac{2^8\cdot8!\cdot2\sqrt{16}}{2\cdot16}$.

Кез келген a саны үшін $\left(2a\right)!<\dfrac{2^{2a}\cdot a!^2}{\sqrt{2a}}$ орындалады.

7. Натурал сандардың n-ші дәрежелерін жинақтау формуласы

$$\sum_{i=1}^{k} i^0 = 1^0+2^0+...+i^0=k;$$

$$\sum_{i=1}^{k} i^1 = 1^1+2^1+...+i^1=\frac{k(k+1)}{2};$$

$$\sum_{i=1}^{k} i^2 = 1^2+2^2+...+i^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{2};$$

$$\sum_{i=1}^{k} i^3 = 1^3+2^3+...+i^3=\left[\frac{k(k+1)}{2}\right]^2$$

формулаларымен оқушылар алгебра оқулықтары арқылы мектеп қабырғасында танысады. Жамшид Каши (1385–1435) биквадрат сандардың

$$\sum_{i=1}^{k} i^4 = 1^4+2^4+...+i^4=\frac{6k^5+15k^4+10k^3-k}{30}$$

формуласын тағайындаған. Ибн әл-Хайсамға бұл формула Кашиден бұрын белгілі болған. Оның формуласы

$$\sum_{i=1}^{k} i^4 = k\left(\frac{k}{5}+\frac{1}{5}\right)\left(k-\frac{1}{2}\right)\left[\left(k+1\right)k-\frac{1}{3}\right].$$

Сондай-ақ [3] әдебиетте математиктердің бұл формуланы табу жөніндегі талпыныстарының $\sum_{i=1}^{k} i^{17}$ мен аяқталғандығы, жалпы түрдегі $\sum_{i=1}^{k} i^{N}$ жинақтау формуласының әлі тағайындалмағандығы айтылады. Мен мынадай заңдылықтарды анықтадым:

$$\sum_{i=1}^{k} i^2 = k+\frac{3k(k-1)}{2}+\frac{k(k-1)\left(k-2\right)}{3};$$

$$\sum_{i=1}^{k} i^3 = k+\frac{7k(k-1)}{2}+\frac{6k(k-1)\left(k-2\right)}{3}+\frac{k(k-1)\left(k-2\right)\left(k-3\right)}{4};$$

...

$$\sum_{i=1}^{k} i^N = k+\frac{S_2k!}{2\left(k-2\right)!}+\frac{S_3k!}{3\left(k-3\right)!}+\frac{S_4k!}{4\left(k-4\right)!}+...+\frac{S_{N+1}k!}{\left(k-(N+1)\right)!\cdot\left(N+1\right)}.$$

Формуланың коэффициентін анықтайтын кесте:

0	1									
1	1	1								
2	1	3	1							
3	1	7	6	1						
4	1	15	25	10	1					
5	1	31	90	65	15	1				
6	1	63	301	350	140	21	1			
7	1	127	966	1701	1050	266	28	1		
8	1	255	3025	7770	6951	2646	462	36	1	
9	1	511	9330	34105	42525	22827	5880	750	45	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Кестенің жасалу тәртібі.

Бірінші қатар бірліктерден тұрады әрбір көлденең жолдағы сандар 1 цифрімен басталып, 1-мен аяқталады.

Кестедегі кез келген сан өзі тұрған қатардың номерімен өзінің үстіндегі санның көбейтіндісіне, сол жақ иығындағы санның косындысына тең.

Мысалы: 90 үшінші қатарда тұр, оның үстіндегі сан 25, сол жақ иығындағы сан 15. Сондықтан $90 = 3 \cdot 25 + 15$, $7770 = 4 \cdot 1701 + 996$ т.с.с. Нақты мысалдар арқылы кестені пайдалану жолын көрсетейік.

$$\sum_{i=1}^{4} i^3 = 4 + \frac{7 \cdot 4 \cdot 3}{2} + \frac{6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3} + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{4} = 100;$$

$$\sum_{i=1}^{5} i^3 = 5 + \frac{7 \cdot 5 \cdot 4}{2} + \frac{6 \cdot 4 \cdot 3}{3} + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4} = 225;$$

$$\sum_{i=1}^{k} i^9 = k + \frac{511k!}{2(k-2)!} + \frac{9330k!}{3(k-3)!} + \frac{34105k!}{4(k-4)!} + \frac{42525k!}{5(k-5)!} + \frac{22827k!}{6(k-6)!} + \frac{5880k!}{7(k-7)!} + $$
$$+ \frac{750k!}{8(k-8)!} + \frac{45k!}{9(k-9)!} + \frac{k!}{10(k-10)!}.$$

$k = 3$ болсын, сонда $\sum_{i=1}^{3} i^9 = 3 + \frac{511 \cdot 3!}{2(3-2)!} + \frac{9330 \cdot 3!}{3(3-3)!} = 20196$.

Осы есебімді 1990 жылы «Квант» журналына жолдаған едім. Олардан формуланың коэффициенттерін кестесіз анықтаудың жолын қарастырыңыз деген жауап келді. Төменде осы формуланың коэффициенттерін кестені пайдаланбай, анықтаудың жолын келтіріп отырмын. Келтірген мысалдардан формуланың коэффициенттерінің оның $\sum_{i=1}^{k} i^N$ дәреже көрсеткіштеріне ғана қатысты өзгеріп отыратындығын байқаймыз.

Мысалы, $\sum_{i=1}^{10} i^6$ және $\sum_{i=1}^{20} i^6$ формулаларының сәйкес коэффициенттері өзара тең, яғни: S_1=1, S_2=63, S_3=301, S_4=350, S_5=140, S_6=21, S_7=1. Бұл сандарды кестені қолданбай, мына түрде анықтай аламыз: $\sum_{i=1}^{k} i^6$ -ның коэффициенттері

$$S_1 = 1;$$
$$S_2 = \frac{2^6 - 1}{1!} = 63;$$
$$S_3 = \frac{3^6 - 1}{2!} - 63 = 301;$$
$$S_4 = \frac{4^6 - 1}{3!} - \frac{63}{2!} - 301 = 350;$$
$$S_5 = \frac{5^6 - 1}{4!} - \frac{63}{3!} - \frac{301}{2!} - 350 = 140;$$
$$S_6 = \frac{6^6 - 1}{5!} - \frac{63}{4!} - \frac{301}{3!} - \frac{350}{2!} - 140 = 21,$$

жалпы түрде $\sum_{i=1}^{k} i^N$ -нің коэффициенті үшін

$$S_1 = 1;$$
$$S_2 = \frac{2^N - 1}{1!};$$
$$S_3 = \frac{3^N - 1}{2!} - S_2;$$

$$S_4 = \frac{4^N - 1}{3!} - \frac{S_2}{2!} - S_3;$$

$$S_5 = \frac{5^N - 1}{4!} - \frac{S_2}{3!} - \frac{S_3}{2!} - S_4;$$

...

$$S_m = \frac{m^N - 1}{(m-1)!} - \frac{S_2}{(m-2)!} - \frac{S_3}{(m-3)!} - \ldots - S_{m-1}.$$

8. $x^2 - y^2 = u^2 + v^2 = m^2 + n^2$ теңдеуі

Осы теңдеуді бүтін сандар арқылы шешуге болады. Жауабы:

$$x = d^2\ (a^2 + b^2) + c^2\ (e^2 + f^2);$$

$$v = d^2\ (a^2 + b^2) - c^2\ (e^2 + f^2);$$

$$y = 2cd\ (ae \pm bf);$$

$$u = 2cd\ (ae \mp df);$$

$$m = 2\ (d^2ab \pm c^2ef);$$

$$n = d^2\ (a^2 - b^2) + c^2\ (e^2 - f^2).$$

Дәлелдеуі.

$$2^{32} + 1 = 62264^2 + 20449^2 = (4^2 + 25^2)*(256^2 + 409^2) = (2^7 * 5 + 1)*(2^7 * 52347 + 1);$$

$$2^{16} = 30^2 * 71 + 2^2 + 409;$$

$$62264 = 30^2 * 71 — 2^2 * 409;$$

$$20449 = 5^2 * 409 — 12^2 * 71;$$

$$52347 + 5 = 2^7 *409;$$

$$20449 = (72 + 71)^2;$$

$$1 = (72 — 71)^2.$$

Бұл сәйкеспеушілік 71 санының екі бүтін санының квадратының қосындысы бола алмайтындығынан көрініп тұр.

Әдебиеттер тізімі

1 *Окунев Л.Я.* Высшая алгебра. — М: Просвещение, 1958. — 336 с.

2 *Фукс Д.* Лента Мебиуса // Квант. — 1990. — № 1. — С. 30–37.

3 *Ысқақов М.Ө., Назаров С.Н.* Математика мен математиктер жайындағы әңгімелер. — 1-т. — Алматы: Мектеп, 1967. — 267 б.

Е.Т.Жолдыбеков

О решениях некоторых математических задач

В статье рассмотрены следующие задачи: некоторые методы решения уравнения четвертого порядка, о делимости окружности на 7, доказательства уравнения $\cos\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{4}\cdot\cos\frac{\alpha}{8}\cdot\cos\frac{\alpha}{16}\cdot\ldots = \frac{180\cos(90-\alpha)}{\pi\alpha}$, о ленте Мебиуса, о формуле квадранта и треугольного числа, доказательства неравенства $\frac{2^{2a}\cdot a!^2}{2\sqrt{a}} < (2a)! < \frac{2^{2a}\cdot a!^2}{\sqrt{2a}}$, формула суммы n-степени натурального числа.

E.T.Zholdybekov

On solutions of some mathematical problems

This article describes the following tasks: some methods for solving equations of the fourth order, the divisibility of the circle 7, the proof of the equation, $\cos\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{4}\cdot\cos\frac{\alpha}{8}\cdot\cos\frac{\alpha}{16}\cdot ... = \frac{180\cos(90-\alpha)}{\pi\alpha}$, a Mobius strip, a formula quadrant and triangular number, proof of inequality $\frac{2^{2a}\cdot a!^2}{2\sqrt{a}} < (2a)! < \frac{2^{2a}\cdot a!^2}{\sqrt{2a}}$, formula amount n-degree integer.

References

1 Okunev L.Ya. *Higher algebra,* Moscow: Proshcheshenye, 1958, 336 p.
2 Fux D. *Journal Quantum*, 1990, 1, p. 30–37.
3 Iskakov M.O., Nazarov S.N. *Stories about mathematics and mathematicians*, 1, Alma-Ata: Mektep, 1967, 267 p.