

мұнда, $\frac{\partial F_i}{\partial X_P} = 2X_P - 2 \cos \theta_i (r + L_2 \cos \varphi_{1i})$, $\frac{\partial F_i}{\partial Y_P} = 2Y_P - 2 \sin \theta_i (r + L_2 \cos \varphi_{1i})$, $\frac{\partial F_i}{\partial Z_P} = 2Z_P - 2L_2 \sin \varphi_{1i}$
 $\frac{\partial F_i}{\partial \varphi_{1i}} = 2(r + L_2 \cos \varphi_{1i})(X_P \sin \theta_i - Y_P \cos \theta_i)$
 $\frac{\partial F_i}{\partial \varphi_{1i}} = L_2 \cos \theta_i \sin \varphi_{1i} \frac{\partial F_i}{\partial X_P} + L_2 \sin \varphi_{1i} \sin \theta_i \frac{\partial F_i}{\partial Y_P} - L_2 \cos \varphi_{1i} \frac{\partial F_i}{\partial Z_P}$

(10)-теңдеуден дельта роботтың қозғалыс теңдеуі алынды

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \frac{m_1 L_1^2}{3} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_{11} \\ \ddot{\varphi}_{12} \\ \ddot{\varphi}_{13} \end{bmatrix} + \frac{m_1 g L_2}{2} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{11} \\ \cos \varphi_{12} \\ \cos \varphi_{13} \end{bmatrix} - \mathbf{H} m_P \begin{bmatrix} \ddot{X}_P \\ \ddot{Y}_P \\ \ddot{Z}_P \end{bmatrix} - \mathbf{H} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_P g \end{bmatrix} \quad (11)$$

мұнда $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \varphi_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_3}{\partial \varphi_{13}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_P} & \frac{\partial F_2}{\partial X_P} & \frac{\partial F_3}{\partial X_P} \\ \frac{\partial F_1}{\partial Y_P} & \frac{\partial F_2}{\partial Y_P} & \frac{\partial F_3}{\partial Y_P} \\ \frac{\partial F_1}{\partial Z_P} & \frac{\partial F_2}{\partial Z_P} & \frac{\partial F_3}{\partial Z_P} \end{bmatrix}^{-1}$

Сандық нәтижелер Келесі тұрақты параметрлер мен манипулятордың орналасуы берілді: $r_a = 182.5, r_b = 105, L_1 = 740, L_2 = 440, \theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 120^\circ, \theta_3 = 240^\circ, g = 10^2, m_1 = 5, m=10, X_P=0, Y_P=0, Z_P=750$.

Келесі жылдамдықтың шығыс параметрлері берілді: $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 1, \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3 = 1^2$.

Осы қозғалыс параметрлерін қамтамасыз ететін жалпыланған моменттер анықталды: $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 29.605$.

Әдебиеттер тізімі

- [1] St. Staicu; D.C. Carp-Ciocardia: Dynamic analysis of Clavel's Delta parallel robot. International Conference on Robotics and Automation, 2003
- [2] Y. Zhao; Z. Yang: Inverse dynamics of delta robot based on the principle of virtual work. In: Transactions of Tianjin University 11(2005), Nr.4, S.268-273
- [3] Yangmin Li; Qingsong Xu: Dynamic Analysis of a Modified DELTA Parallel Robot for Cardiopulmonary Resuscitation, International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005
- [4] Lung-Wen Tsai: Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators, Lagrangian Formulation. 1. Auflage, Maryland: Wiley-Interscience, 1999, 978-0-471-32593-2
- [5] L. Tsai; R. E. Stamper: A Parallel Manipulator with Only Translational Degrees of Freedom. ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers in Engineering Conference, 1996
- [6] Stefan Staicu: Recursive modelling in dynamics of Delta parallel robot. In: Robotica 27(2009), Nr.2, S.199-207
- [7] T. P. Tho; N. T. Think: Analysis of Kinematics and Dynamics of 4-dof Delta Parallel Robot. 2nd International Conference on Robot Intelligence Technology, 2013

ВЛИЯНИЕ ТОПОЛОГИИ ТОЧЕЧНЫХ МАСС НА ЗНАЧЕНИЯ ОСНОВНОГО ТОНА СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Хабидолда Омирхан¹, Ахмедиев С.К², Абеуова Л.К³, Рысбек С.С⁴, Әбілғазы Ж.Ғ⁵

^{1,2,3,4}Қарагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, г. Караганда

¹E-mail: oka-kargtu@mail.ru

⁵Қарагандинский технический университет имени А. Сагинова, г. Караганда, Казахстан

В процессе проектирования высотных зданий (многоэтажных сооружений) и сооружения башенного типа (различные опорные конструкции) для их расчета на пульсацию от динамического воздействия ветровой нагрузки необходимо знать величину основного тона свободных (собственных) колебаний [1-3]. Для этого применяются различных методы точных и приближенных способов аналитических и численных методов.

В данной работе предлагается для вычисления основного тона свободных колебаний консольных стержней ступенчато-переменной по его длине изгибной жесткости с точечно расположенными массами приближенный аналитический метод, позволяющей с достаточной инженерной точностью оценить величину основного тона.

Одной из задач исследования является проиллюстрировать полученную авторами обобщенную формулу на примере вычисления основного тона консольного стержня.

Также получена графическая зависимость (номограмма) основного тона собственных изменения изгибной жесткости по длине стержня.

Объектом исследования является консольный стержень (рис. 1,а) со следующими изменяемыми параметрами:

1. Коэффициенты k_1, k_2, k_3, k_4 – определяющие изменчивость ступенчато-переменной изгибной жесткости по высоте стержня на пяти уровнях (этажах) сооружения;
2. Коэффициенты a_1, a_2, a_3, a_4 – определяющие различия в размерах участков (этажей) по высоте консольного стержня;
3. Коэффициенты b_1, b_2, b_3, b_4 – определяющие различия в величинах сосредоточенных масс.

Меняя в широких пределах значения вышеуказанных коэффициентов, можно исследовать свободные колебания, то есть, определять величину основного тона пятиступенчато-переменной изгибной жесткости консольного стержня с различной длиной, и изгибной жесткости пяти его ступеней (этажей) с различными величинами пяти сосредоточенных точечных масс, расположенных на стыках ступеней (этажей) по высоте конструкции.

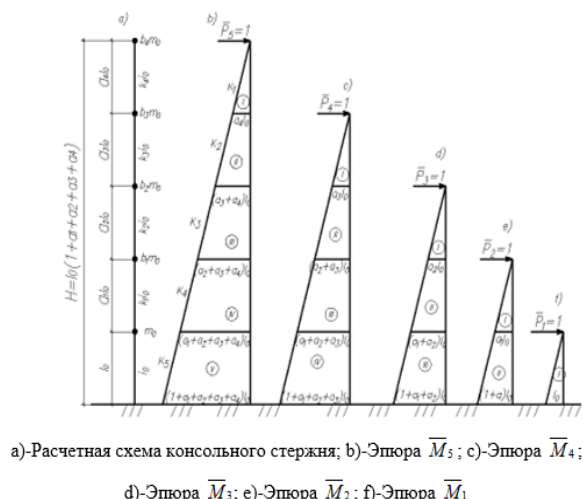


Рис. 1: К расчету консольного стержня на свободные колебания

Вычислим значения главных коэффициентов $\delta_{ij}; (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ по правилу Верещагина, перемножая соответствующие единичные эпюры моментов (рис. 1,b,c,d,e,f). Тогда, получим в общем виде:

$$\begin{aligned}
 \delta_{ij} &= \frac{1}{E_i J_i} (\bar{M}_i) \cdot (\bar{M}_j) \\
 &= \frac{l_0^3}{l_0 i_0} \left[\frac{1}{k_{i-1}} (0.33a_{i-1}^3) \right] \\
 &\quad + \frac{1}{k_{i-2}} [0.5a_{i-1}a_{i-2}(2a_{i-1} + a_{i-2}) + 0.1667(a_{i-2})^2(3a_{i-1} + 2a_{i-2})] \\
 &\quad + \frac{1}{k_{i-3}} (0.5(a_{i-2} + a_{i-1})a_{i-3}(2a_{i-2} + a_{i-1}) + a_{i-3} \\
 &\quad \quad + 0.1667(a_{i-3})^2 \cdot 3((a_{i-2} + a_{i-1}) + 2a_{i-3})) \\
 &\quad + \frac{1}{k_{i-4}} (0.5(a_{i-2} + a_{i-1} + a_{i-3})(2(a_{i-2} + a_{i-1} + a_{i-3}) + a_{i-4}) \\
 &\quad \quad + 0.1667(a_{i-4})^2 \cdot 3((a_{i-2} + a_{i-1} + a_{i-3}) + 2a_{i-4})) \\
 &\quad \quad + 0.5(a_{i-2} + a_{i-1} + a_{i-3} + a_{i-4})(2(a_{i-2} + a_{i-1} + a_{i-3} + a_{i-4}) + 1) \\
 &\quad \quad + 0.1667 \cdot [3(a_{i-2} + a_{i-1} + a_{i-3} + a_{i-4}) + 2] \Big]
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $(i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2, \dots, 5)$

Вычисляем значения точечных масс (рис. 1,a).

$$m_1 = m_0; m_2 = b_1 m_0; m_3 = b_2 m_0; m_4 = b_3 m_0; m_5 = b_4 m_0;$$

По формуле, приведенной в [1] вычисляем приближенное значение основного тона свободных колебаний консольного стержня:

$$\frac{1}{\omega_1^2} = m_1 \delta_{11} + m_2 \delta_{22} + m_3 \delta_{33} + m_4 \delta_{44} + m_5 \delta_{55} \tag{2}$$

Подставляем в выражение (2) величины, вычисленные по (1).

На основе предлагаемых обобщенных формул для консольного стержня (рис. 1,а) выполним вычисление числового примера при следующих исходных данных (рис. 2,а):

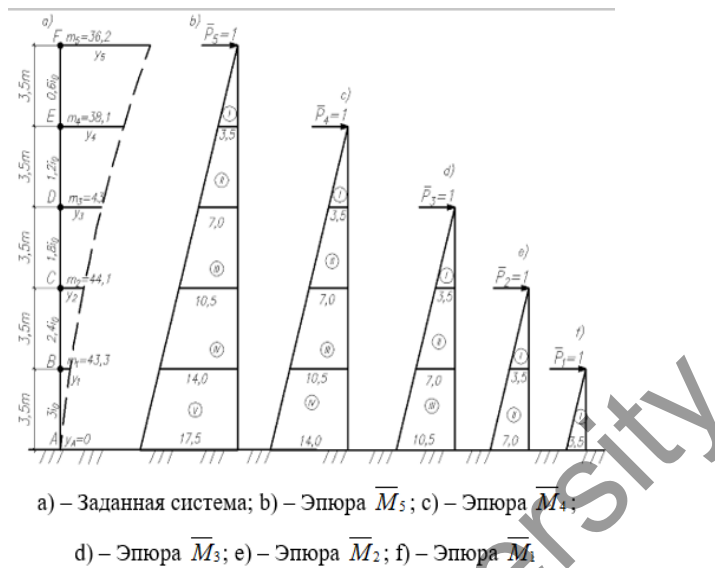


Рис. 2: К расчету консольного стержня (пример)

Вычисляем приближенное значение основного тона свободных колебаний консольного стержня (рис. 2,а) по формуле (2).

$$\frac{1}{\omega_1^2} = m_1\delta_{11} + m_2\delta_{22} + m_3\delta_{33} + m_4\delta_{44} + m_5\delta_{55}$$

$$= 10^{-4} (37.25 + 170.83 + 400.93 + 658.73 + 1005.89) = 2273.63 \cdot 10^{-4}$$

$\omega_1 = 10^2 \cdot 0.020973 = 2.0973$ – 1 основной тон свободных колебаний консольного стержня на рисунке 1,а.

Для оценки достоверности полученного результата вычислим величину через приведенную массу (M) (рис. 3). Коэффициент приведения распределенной массы к концу консоли [16] $\beta = 0.23$.



Рис. 3: Приведенная масса стержня

$$M = \beta \frac{(\sum m_i) H}{H} = \beta \sum m_i H = 0.23 (m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5) = 47.99 \text{ кг}$$

По формуле 7.70 [1]:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{M \delta_{55}} = \frac{1}{47.99 \cdot 27.26 \cdot 10^{-4}} = 10^2 \cdot 0.000764; \omega_1^* = 2.764 \text{ сек}^{-1}$$

Величины ω_1 и ω_1^* , вычисленные разными способами (подходами) достаточно близки, что говорит о достоверности предлагаемой теории расчета консольного стержня ступенчато-переменной изгибной жесткости с точечными массами, расположенными по его длине (высоте).

Выполним исследование влияние изменения масштабной погонной жесткости $i_0 = 8.06 \cdot 10^8$ на величину основного тона (ω_1) консольного стержня (рис. 2,а) по формулам (4) имеем:

$$\begin{aligned} \delta_{55} &= \frac{768.992 \cdot 10^4}{3.5 i_0} = \frac{219.71 \cdot 10^4}{i_0}, & \delta_{44} &= \frac{136.692 \cdot 10^4}{i_0}, \\ \delta_{33} &= \frac{73.73 \cdot 10^4}{i_0}, & \delta_{22} &= \frac{30.62 \cdot 10^4}{i_0}, & \delta_{11} &= \frac{60.81 \cdot 10^4}{i_0}. \end{aligned} \tag{3}$$

По формуле (2) вычислим с учетом выражения (3), при (табл. 1).

$10^{-8} i_0$	1.0	3.0	5.0	7.0	9.0	11.0
δ_{11}	6.81×10^4	2.27×10^4	1.36×10^4	0.97×10^4	0.76×10^4	0.62×10^4
δ_{22}	30.62×10^4	10.21×10^4	6.12×10^4	4.37×10^4	3.4×10^4	2.78×10^4
δ_{33}	73.73×10^4	24.5×10^4	14.75×10^4	10.53×10^4	8.19×10^4	6.70×10^4
δ_{44}	136.69×10^4	45.5×10^4	23.34×10^4	19.52×10^4	45.19×10^4	12.42×10^4
δ_{55}	219.71×10^4	73.24×10^4	43.94×10^4	31.39×10^4	24.41×10^4	19.97×10^4
$\omega, \text{с}^{-1}$	5.954	3.44	2.652	2.242	1.977	1.789

Таблица 1: Значения основного тона свободных колебаний консольного стержня

По данным таблицы 1 строим график зависимости $\omega_{1,i} = f(i_{0,i})(i = 1, 3, 5, 7, 9, 11)$. Этот график приведен на рисунке 4.

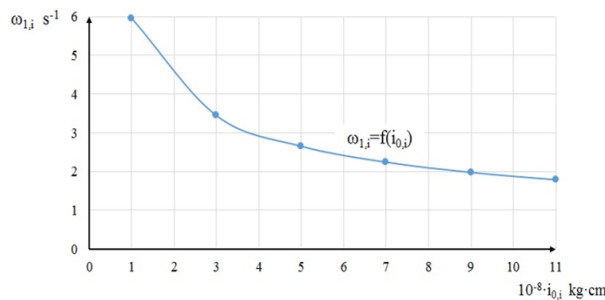


Рис. 4: Зависимость основного тона от величины погонной жесткости консольного стержня

Выводы

- На основе аналитических операций получена обобщенная формула (1) для приближенной оценки основного тона с изменяющимися параметрами длин участков, величин точечных масс, значений погонных жесткостей участков пятиступенчатого консольного стержня (рис. 1,а).
- На числовом примере (рис. 2,а) показана достоверность предложенных теоретических положений; - это показано на близости величин частоты основного тона, полученного двумя независимыми способами расчетов $\omega_1 \approx \omega_1^*$.
- Исследована зависимость величины основного тона консольного стержня (рис. 2,а) от изменения значения погонной жесткости i_0 в пределах от $1 \cdot 10^8$ до $11 \cdot 10^8$, которая отражена графически (рис. 4).

Список литературы

- [1] Киселев В.А. Строительная механика: Спец. курс. Динамика и устойчивость сооружений. М.: Стройиздат, 1980. 616 с.
- [2] Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967. 444 с.
- [3] Клейн Г.К. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики. М.: Высшая школа, 1988. 320 с.