II Постановка задачи.

В области $Q = \{x, t): x > 0, t > 0\}$ найти решения уравнения:

$$u_t - u_{xx} + \lambda I_{0x}^{\beta} u(x,t)|_{x=\gamma(t)} = f(x,t), \quad (1)$$

$$u|_{x=0} = 0;\ u|_{t=0} = 0. \quad (2)$$

III Сведение задачи (11)-(12) к интегральному уравнению: В силу замечания 2 задача (1) – (2) сводится к интегральному уравнению

$$\mu(t) + \lambda \int_0^t \mathrm{K}_\beta(t,\tau)\mu(\tau)d\tau = f_2(t), \quad (3)$$

где

$$\mathrm{K}_\beta(t,\tau) = \frac{(\gamma(t))^{\beta+1}}{\sqrt{\pi(t-\tau)}\Gamma(\beta+2)}\ {}_2F_2\left(\frac{1}{2}, 1; \frac{\beta+2}{2}, \frac{\beta+3}{2}; -\frac{(\gamma(t))^2}{4(t-\tau)}\right) \quad (4)$$

$$f_2(t) = I_{0x}^{\beta} f_1(x,t)|_{x=\gamma(t)} \quad (5)$$

Здесь ${}_2F_2(a_1, a_2; b_1, b_2;\ z)$ – обобщенный гипергеометрический ряд, сходится для всех конечных z.

III Исследование предельных случаев

Показано, что для краевой задачи (1) - (2) имеет место непрерывность по порядку дробной производной в нагруженном слагаемом уравнения задачи.

IV Оценка ядра интегрального уравнения

Если $(\gamma(t)) \sim t^w$ при $t \to 0$, то для ядра (4) имеет место оценка

$$\left|\mathrm{K}_\beta(t,\tau)\right| \le \frac{t^{w(\beta+1)}}{\Gamma(\beta+2)\sqrt{\pi(t-\tau)}} \quad (6)$$

Поскольку: $\omega(\beta+1) \ge 0, \forall\omega \ge 0$ и $\beta \in [0;1]$, то можно сделать вывод, что интегральное уравнение (3) однозначно разрешимо в классе непрерывных функций при любой непрерывной правой части (5).

Это исследование финансируется Комитетом науки и Министерства образования и науки Республики Казахстан (Грант AP09259780, 2021-2023.)

Список использованной литературы

1. Псху, А. (2005). Уравнения в частных проихводных дробного порядка. Москва: Наука.
2. Полянин, А. (2001). In*Справочник по линейным уравнениям математической физики* (p. 57). Москва: Физико-математическая литература .
3. Ю.Люк. (1975). In*Специальные математические функции и их аппроксимации* (p. 163). New York: Academic press.

ОБОДНОМ СПОСОБЕУПРАВЛЕНИЯ ПУЧКАМИ ТРАЕКТОРИЙ

Мамадалиев Н.А., АбдуалимоваА.М.
Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека,
Андижанский госуниверситет имени З.М.Бабура,
E-mail: m_numana59@mail.ru; abduolimova81@inbox.ru

В данной работе изучены конфликтно-управляемый процесс, описываемой системой дифференциально - разностных уравнений нейтрального типа. Получено достаточное условие для разрешимости игровых задач управления пучками траекторий. Данная работа примыкает к исследованиям [2].

В пространстве R^n рассматривается линейная дифференциальная игра преследования, описываемая системой уравнений нейтрального типа [2]

$$\dot z(t)=\sum_{i=1}^{m}A_i\dot z(t-h_i)+\sum_{i=0}^{m}B_i z(t-h_i)-Cu(t)+Dv(t), \tag{1}$$

Где $z(t)\in R^n,\ u(t)\in R^p,\ v(t)\in R^q,\ n\geq 1;\ A_i(i=1,2,...,m),\ B_i(i=0,1,2,...,m)-$ постоянные квадратные матрицы порядка $(n\times n),(n\times n);\ C,\ D-$постоянные матрицы порядка $(n\times p)$, $(n\times q)$, соответственно. $0=h_0,h_1,...,h_m-$ действительные числа. Допустимые управления - измеримые функции $u=u(\cdot),v=v(\cdot)$, определенные на $[0,+\infty)$ и удовлетворяющие ограничениям вида

$$u(t)\in P,\ v(t)\in Q,\ 0\leq t<+\infty, \tag{2}$$

где P и $Q-$ непустые компактные подмножества R^p и R^q, соответственно.

Терминальное множество M имеет вид $M=M_0+M_1$, где M_0- линейное подпространство пространства $R^n,\ M_1-$ компактное подмножество подпространства $L, L-$ ортогональное дополнение к подпространству M_0 в R^n (т.е. $M_0\oplus L=R^n$); через $\pi-$ обозначим матрицу оператора ортогонального проектирования из R^n на $L:\ \pi:R^n\to L$ [1]; В пространстве R^n, кроме множества M выделено множество $N(\Phi(\cdot))$, из точек которого исходят траектории игры (1), называется начальным множеством. В качестве начального множества $N(\Phi(\cdot))$, берется множество измеримых однозначных ветвей многозначного отображения $\Phi(s),\ -h_m\leq s\leq 0:\ N(\Phi(\cdot))=\{z_0(s): z(s)=z_0(s),\ z_0(s)\in\Phi(s),\ -h_m\leq s\leq 0\}$.

Пусть $u=u(t),0\leq t<+\infty$ и $v=v(t),0\leq t<+\infty,-$ допустимые управления в игре (1),(2). Через $Z(u(\cdot),v(\cdot),N(\Phi(\cdot)))$, обозначим множество (пучок) всех траекторий уравнения (1), исходящих из точек множества $N(\Phi(\cdot))$ при допустимых управлениях $u(\cdot),v(\cdot)$ преследующего и убегающего игроков, соответственно. В этом случае наша цель заключается в приведении пучка траекторий $Z(u(\cdot),v(\cdot),N(\Phi(\cdot)))$ на терминальное множество M.

Задача управления пучками траекторий состоит в нахождении числа $T\geq 0$ и конструировании при каждом $t\in[0,+\infty)$ значения $u[t]$ параметра u так, чтобы каждая траектория $z(t),0\leq t<+\infty$, пучка $Z(u[\cdot],v(\cdot),N(\Phi(\cdot)))$ попала на терминальное множество M за время, не превосходящее T, т.е. для каждой траектории $z(t),t\in[0,+\infty)$, пучка $Z(u[\cdot],v(\cdot),N(\Phi(\cdot)))$ при некотором $t=t^*\in[0,T]$ должно иметь место включение $z(t^*)\in M$. Число T называется *временем перевода*. В случае, когда задача управления пучками траекторий разрешима, то говорят, что в игре (1) пучок траекторий из начального множества $N(\Phi(\cdot))$ можно перевести на терминальное множество M за время T.

Рассмотрим множества $\hat w(t)=\pi K(\tau-t)CP\underline{*}\pi K(\tau-t)DQ,\ W(\tau)=\int_0^{\tau}\hat w(t)dt.$

Далее, через $\Omega[t,N(\Phi(\cdot))]$ обозначим следующее множество

$$\Omega[t,N(\Phi(\cdot))]=-\sum_{i=0}^{m}\pi K(t-h_i)A_i\Phi(0)+\sum_{i=0}^{m}\int_{-h}^{0}\pi K(t-s-h_i)[A_i\dot\Phi(s)+B_i\Phi(s)]ds=$$

$$=\left\{\sum_{i=0}^{m}\pi K(t-h_i)A_i z_0(0)+\sum_{i=0}^{m}\int_{-h}^{0}\pi K(t-s-h_i)[A_i\dot z_0(s)+B_i z_0(s)]ds:\right.$$

$z_0(s) \in \Phi(s), -h_m \le s \le 0\}$.

Пусть $d-$ произвольная точка множества $M_1 \underline{*} \Omega[\tau, N(\Phi(\cdot))]$, $\tilde{w}(t)$, $0 \le t \le \tau$, произвольная суммируемая функция $\tilde{w}(t) \in \hat{w}(t)$. Зафиксируем некоторое начальное положение $z_0(\cdot) \in N(\Phi(\cdot))$. Положим $\xi[\tau, z_0(\cdot)] = -d - f(\tau)$, где $f(\tau) \in W(\tau)$. Далее, в соответствии с определением интеграла $W(\tau)$ существует измеримый по Борелю суммируемый селектор $\tilde{w}(t) \in \hat{w}(t)$, $0 \le t \le \tau$, такой, что выполнено равенство $f(\tau) = \int_0^\tau \tilde{w}(t)dt$. Тогда функция $\xi[\tau, z_0(\cdot)]$ имеет вид $\xi[\tau, z_0(\cdot)] = -d - \int_0^\tau \tilde{w}(t)dt$. Зафиксируем его. Для произвольного вектора $v \in Q$ определим числовую функцию $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v)$ и $\eta[\tau, z_0(\cdot)]$ определенные следующим образом [2]:

$$\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v) = \begin{cases} \sup\{\lambda \ge 0 : \lambda\eta[\tau, z_0(\cdot)] \in F(\tau, u, v) - \tilde{w}(\tau - t)\}, \text{ если } \xi[\tau, z_0(\cdot)] \ne 0, \\ \tau^{-1}, \qquad \text{если } \xi[\tau, z_0(\cdot)] = 0, \end{cases}$$

где $F(\tau, u, v) = \pi K(\tau - t)CP - \pi K(\tau - t)Dv$, $\eta[\tau, z_0(\cdot)] = \xi[\tau, z_0(\cdot)] / \|\xi[\tau, z_0(\cdot)]\|$. Введем обозначение $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t) = \inf\{\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v) : v \in Q\}$.

Теорема. Предположим, что существуют положительное число τ_1, вектор $d \in [M_1 \underline{*} \Omega[\tau_1, N(\Phi(\cdot))]$ и суммируемая функция $\tilde{w}(t), 0 \le t \le \tau_1$, $\tilde{w}(t) \in \hat{w}(t)$, такие, что: а) $d + \int_0^{\tau_1} \tilde{w}(t)dt \ne 0$; б) выполнено неравенство $|\xi[\tau_1, z_0(\cdot)]| - \int_0^{\tau_1} \lambda(z_0(\cdot), \tau_1, t)dt \le 0$.

Тогда в игре (1) при ограничениях (2) пучок траекторий можно перевести из множества $N(\Phi(\cdot))$ на множество M за время $T[N(\Phi(\cdot))] = \tau_1$. При этом для конструирования $u[t]$ преследователь в каждый момент t использует значения $v(t)$ параметра v и $z(r)$ при $t - h \le r \le t$.

Список использованной литературы

1. Понтрягин Л.С. Избранные труды.М.: Наука, 1988. Т. 2. 576 с.
2. Мамадалиев Н. Об игровых задачах управления пучками траекторий при наличии запаздывания//Международный научно-технический журнал «Кибернетика и системный анализ». Киев. 2012.№ 5. С. 154 – 164.

ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ДЛЯ ИНВАРИАНТНОСТИ МНОГОЗНАЧНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Мамадалиев Н.А., Мустапокулов Х.Я., Абдуалимова А.М.
Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека,
Андижанский госуниверситет имени З.М.Бабура,
E-mail: m_numana59@mail.ru; abduolimova81@inbox.ru

В данной работе рассмотрен вопрос о сильной и слабой инвариантности постоянного многозначного отображения относительно уравнения теплопроводности при наличии запаздывания. Получены достаточные условия для сильной и слабой инвариантности данного многозначного отображения.

Через A обозначим следующий дифференциальный оператор [1]