

2. if $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ is an operator concave function, Φ_j is a strictly positive linear map from finite von Neumann algebra \mathcal{M}_j to \mathcal{M} , $j = 1, 2, \dots, n$, $0 < p \leq 1$ and $0 < s \leq \frac{1}{p}$, then for $0 \leq t < \tau(1)$,

$$\int_t^{\tau(1)} \mu_v((\sum_{j=1}^n \Phi_j(f(x_j^{-p})))^{-s}) dv \quad \text{and} \quad \int_t^{\tau(1)} \mu_v((\sum_{j=1}^n \Phi_j(f(x_j)^{-p}))^{-s}) dv$$
 are jointly concave in $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathcal{M}_1^{++} \times \mathcal{M}_2^{++} \times \dots \times \mathcal{M}_n^{++}$, where $\mu_t(z)$ is the generalized singular number of $z \in L_0(\mathcal{M})$.

This research was funded by the Science Committee of the Ministry of Science and High Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP09259802).

References

1. T. N. Bekjan, On joint convexity of trace functions, *Lin. Alg. and Appl.* 390 (2004), 321-327.
2. J.-C. Bourin and F. Hiai, Anti-norms on Finite von Neumann Algebras, *Publ. RIMS Kyoto Univ.* 51 (2015), 207-235.
3. E.A. Carlen, E.H. Lieb, A Minkowski type trace inequality and strong subadditivity of quantum entropy. II. Convexity and concavity, *Lett. Math. Phys.* 83 (2008), no. 2, 107-126.
4. F. Hiai, Concavity of certain matrix trace and norm functions, *Linear Algebra Appl.* 439 (2013), 1568-1589.

ОЦЕНКИ НАИЛУЧШИХ M -ЧЛЕННЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ НА КЛАССАХ ФУНКЦИЙ С ОГРАНИЧЕННОЙ СМЕШАННОЙ ПРОИЗВОДНОЙ В ПРОСТРАНСТВЕ ЛОРЕНЦА

Акишев Г.¹, Мырзагалиева А.Х.²

¹Казахстанский филиал Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова,
Нур-Султан, Казахстан,

²AstanaITUniversity, Нур-Султан, Казахстан

E-mail: akishev_g@mail.ru, aigul.myrzagalieva@astanait.edu.kz

Через $L_{p,\tau}$ обозначается пространство Лоренца всех вещественнозначных измеримых по Лебегу функций f , которые имеют 2π -период по каждой переменной и для которых

$$\|f\|_{p,\tau} = \left\{ \frac{\tau}{p} \int_0^1 (f^*(t))^{\tau} t^{\frac{\tau}{p}-1} dt \right\}^{\frac{1}{\tau}} < +\infty, \quad 1 < p < \infty, \quad 1 \leq \tau < \infty,$$

$f^*(t)$ – невозрастающая перестановка функции $|f(2\pi\bar{x})|$, $\bar{x} \in [0, 1]^m$. Пусть $\bar{r} = (r_1, \dots, r_m)$, $r_j > 0, j = 1, \dots, m$ и $F_{\bar{r}}(\bar{x})$ – m -мерное ядро Бернулли (см. [2], [3]). Рассмотрим функциональный класс $W_{p,\tau}^{\bar{r}} = \{f: f = \varphi * F_{\bar{r}}, \|\varphi\|_{p,\tau} \leq 1\}$, где $1 < p < \infty, 1 \leq \tau < \infty$,

$$(\varphi * F_{\bar{r}})(\bar{x}) = \frac{1}{(2\pi)^m} \int_{T^m} (\varphi(\bar{x} - \bar{u}) F_{\bar{r}}(\bar{u})) d\bar{u}, \quad T^m = [0, 2\pi)^m.$$

В случае $\tau = p$ класс $W_{p,\tau}^{\bar{r}}$ рассмотрен в [1], [2]. $e_M(f)_{p,\tau}$ – наилучшее M -членное тригонометрическое приближение функции $f \in L_{p,\tau}, M \in \mathbb{N}$.

В докладе будут представлены точные по порядку оценки наилучших M -членных приближений функций класса $W_{q,\tau_1}^{\bar{r}}$ в пространстве L_{p,τ_2} при различных соотношениях между параметрами p, q, τ_1, τ_2 . В частности,

Теорема. Пусть $0 < r_1 = \dots = r_\nu < r_{\nu+1} \leq \dots \leq r_m, 1 < q \leq 2 < p < \infty, 1 < \tau_1 < \tau_2 < \infty$ и $b \in \mathbb{R}$. Если $1 < q < 2$ и $r_1 > \frac{1}{q}$, то

$$e_M(W_{q,\tau_1}^{\bar{r}})_{p,\tau_2} > C M^{-(r_1 + \frac{1}{2} \frac{1}{q})} (\log_2 M)^{(v-1)(r_1 - \frac{1}{q} + \frac{1}{\tau_1})}.$$

Если $q = 2$ и $r_1 > \frac{1}{2}$, то

$$e_M(W_{2,\tau_1}^{\bar{r}})_{p,\tau_2} \leq C M^{-r_1} (\log_2 M)^{(v-1)(r_1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{\tau_1}) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\tau_1}}.$$

В случае $\tau_1 = q, \tau_2 = p$ из полученных результатов следуют теорема 3 в [1] и теоремы 2.1 и 2.2 в [2], а также теорема 1.2 в [3].

Список использованной литературы

1. Темляков В.Н. О приближении периодических функций нескольких переменных // Докл. АН СССР. 1984. Т.279, №2, С. 301-305.
2. Белинский Э.С. Приближение “плавающей” системой экспонент на классах периодических функций с ограниченной смешанной производной // Исследования по теории функций многих вещественных переменных, Ярославль. 1988, С.16-33.
3. Темляков В.Н. Конструктивные разреженные тригонометрические приближения и другие задачи для функций смешанной гладкости, Мат.сб. 206 (11), 131-1160 (2015).

**ТЕОРЕМА ВЛОЖЕНИЯ ТИПА СОБОЛЕВА
ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ,
АССОЦИИРОВАННЫХ С ПРОСТРАНСТВАМИ МОРРИ
НА МНОГОМЕРНОМ ТОРЕ**

Балгимбаева Ш.А., Жанабилова А.К.

Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

E-mail: Sholpan.balgyn@gmail.com

Пусть $L_p(T^d)$ ($0 < p \leq \infty$) – пространство Лебега с обычной (квази) нормой, здесь и далее $T^d := \frac{(R)}{Z}^d$ – тор.

Пусть $0 < u \leq p \leq \infty$, пространство Морри $M_u^p := M_u^p(T^d)$ – совокупность всех $f \in L_u(T^d)$ таких, что

$$\|f\|_{M_u^p} := |Q|^{\frac{1}{p}-\frac{1}{u}} \left(\int_Q |f(x)|^u dx \right)^{\frac{1}{u}} < \infty,$$

где Q пробегает множество всех кубов со сторонами, параллельными осям, $|Q|, l(Q)$ – объём, длина стороны Q .

Пусть $\psi \in C_0^\infty(R^d)$ такая, что $\psi(x) = 1$, если $|x|_\infty \leq 1$, $\psi(x) = 0$, если $|x|_\infty \geq 3/2$.

Положим $\varphi_0 := \psi$, $\varphi_j(x) := \varphi_0(2^{-j}x) - \varphi_0(2^{1-j}x)$, $\varphi_{-j} \equiv 0, j = 1, 2, \dots$

Пусть $l_q := l_q(N_0)$ – пространство числовых последовательностей $(a_j) := (a_j)_{j \in N_0}$ с обычной (квази)нормой. Для $(g_j(x)), x \in T^d$,

$$\|(g_j(x))\|_{l_q(M_u^p)} := \|(g_j(x))\|_{M_u^p(T^d)} \|l_q\|;$$

$$\|(g_j(x))\|_{M_u^p(l_q)} := \|(g_j(x))\|_{l_q} \|M_u^p(T^d)\|.$$

Пусть $S' := S'(R^d)$ – пространство Шварца умеренных распределений, $aS' := S'(T^d)$ – подпространство S' распределений, 1-периодических по каждой переменной; $\hat{f} := F(f)$ – преобразование Фурье распределения $f \in S'$.

Для $f \in S'$ положим $\tilde{\Delta}_j\{f, x\} := \sum_{\xi \in Z^d} \varphi_j(\xi) \hat{f}(\xi) e^{2\pi i \xi x}$ ($\xi x = \sum_{k=1}^d \xi_k x_k$ – скалярное произведение $\xi, x \in R^d$).

Пусть $s \in R, 0 < q \leq \infty, 0 < u \leq p \leq \infty$.

$N_{p,q,u}^s := N_{p,q,u}^s(T^d) := \{f \in S': \|f\|_{\tilde{N}_{p,q,u}^s} := \|(2^{js} \tilde{\Delta}_j\{f, x\})\|_{l_q(M_u^p)} < \infty\}$ – пространства Никольского-Бесова-Морри на торе;

при $u < \infty M_u^p$

$E_{p,q,u}^s := E_{p,q,u}^s(T^d) := \{f \in S': \|f\|_{\tilde{E}_{p,q,u}^s} := \|(2^{js} \tilde{\Delta}_j\{f, x\})\|_{M_u^p(l_q)} < \infty\}$ – пространства Лизоркина-Трибеля-Морри на торе.

Пусть $s, \tau \in R, 0 < q \leq \infty$. При $0 < p \leq \infty \leq \infty$

$$B_{p,q}^{s,\tau} := B_{p,q}^{s,\tau}(T^d) :=$$

$$\{f \in S': \|f\|_{B_{p,q}^{s,\tau}} := \sup_{Q \in \tilde{Q}} \frac{1}{|Q|^\tau} \left\{ \sum_{j=j(Q)}^\infty \left[\int_Q 2^{jsp} |\tilde{\Delta}_j(f, x)|^p \right]^{\frac{q}{p}} \right\}^{\frac{1}{q}} < \infty\} -$$

гладкостные пространства типа Никольского-Бесова, ассоциированные с пространством Морри, на торе;